



# コンフリクト・レゾリューション

2008.05.17

土曜、3限(13:10-14:40)

高木英至



- 今日のテーマ:協力の出現
- ゲーム理論の定式
- 均衡解
- 協力が出現する条件

## 前回のまとめ

- 社会的ディレンマ
  - 共有資源管理タイプ
  - 公共財タイプ
- タカーハト・ゲーム
  - 争いが起きる場合
  - 争いが回避される仕組み

## 遊び:タカーハト・ゲーム的なシミュレーション

- 移動しない生命体の社会
- 周辺に餌が落ちて来る
- 隣接する個体との間で餌をめぐる相互作用がある
- 相手の識別
  - 自分より貧しい/それ以外
  - 自分より弱い/それ以外
- 相手ごとの行動予定
  - 譲る、争う、折半を申し出る
- 実際に生じるイベント
  - 恵与、占有(奪取)、折半、争い
- どのような社会状態が生じるか?

## ゲーム理論の基礎:用語

- $N = \{1, 2, \dots, n\}$ : プレイヤーの集合
- $A_i$ : プレイヤー  $i$  ( $i \in N$ ) がとり得る戦略の集合
  - $a_i \in A_i$ : プレイヤー  $i$  が選択した戦略
- $\Theta$ : 自然(Nature)がとり得る状態の集合
  - $\theta \in \Theta$ : 自然の状態
- $A \equiv A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n \times \Theta$ 
  - $a \in A$ : 社会の状態
  - 自然を無視すると、
  - $a \in A \equiv A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$
- $x_i = U_i(a) = U_i(a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n)$ : プレイヤー  $i$  の利得
  - $U_i$ :  $i$  の評価関数
  - $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ : 利得ベクトル
- $n$ 人ゲーム( $n$ -person game): プレイヤー数が  $n$ .

## 利得 (payoff)

- 移転可能な場合
  - プレイヤー間の利得の和が定義できる。
  - 少なくとも間隔尺度。
- $\sum_{i=1}^n x_i = C$  (一定)
  - $\rightarrow$  一定和ゲーム (constant sum games)
- $C=0$  とおけば (利得の線形変換)、ゼロ和ゲーム (zero sum games)
- その他  $\rightarrow$  変動和ゲーム (variable sum games)
- 移転不可能な場合: 利得 = 効用
  - 基数的効用
  - 序数的効用

## 混合戦略 (mixed strategy)

- 前提: 利得は間隔尺度
- プレイヤー  $i$  の戦略 (純粋戦略、pure strategy)
  - $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ij}, \dots$
- $p_{ij}$ :  $i$  が  $a_{ij}$  を選ぶ確率
  - $\forall j, p_{ij} \geq 0, \sum_j p_{ij} = 1$ .
- $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ij}, \dots)$ : 混合戦略 ( $i$  の選択確率分布)
- $p_i = (0, 0, 1, 0, \dots)$ : 純粋戦略に相当

## 戦略の優越

- $a'_i, a^*_i \in A_i$
- $i$  以外のプレイヤーの戦略が何であろうと
  - $U_i(a_1, \dots, a^*_i, \dots, a_n) \geq U_i(a_1, \dots, a'_i, \dots, a_n)$
  - しかも  $\geq$  は  $>$  であるときがある
  - $\Leftrightarrow a^*_i$  は  $a'_i$  に優越する (dominate)
- 優越的戦略 (dominant strategy): 他の戦略を優越する戦略

## 非協力ゲームの均衡解

### (Nash 均衡解)

- $a \in A \equiv A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$
- $U_i(a) = U_i(a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n)$ :  $a$  が生じたときのプレイヤー  $i$  の利得
- $U_i(a, a'_i) = U_i(a_1, a_2, \dots, a'_i, \dots, a_n)$ :  $a$  の第  $i$  成分 ( $a_i$ ) だけを  $a'_i$  に取り替えたときの、 $i$  の利得
- 定義: 次の  $a^* \in A$  は非協力ゲームの均衡解
  - $U_1(a^*) = \max_{a_1 \in A_1} U_1(a^*, a_1)$
  - $U_2(a^*) = \max_{a_2 \in A_2} U_2(a^*, a_2)$
  - .....
  - $U_n(a^*) = \max_{a_n \in A_n} U_n(a^*, a_n)$

## 囚人のディレンマの場合

- D選択→両当事者にとり優越的戦略
- DDは「ナッシュ均衡解」
  - 独立に行動するなら、相互に自己の利得を向上できない
- しかしDDは非効率的
- 定理(Nashによる)ー重要！
  - プレイヤーの純粋戦略の数が有限であるとき、非協力n人ゲームには均衡解が少なくとも1つ存在する。

		B	
		C <sub>2</sub>	D <sub>2</sub>
A	C <sub>1</sub>	1 / 1	-1 / 2
	D <sub>1</sub>	-1 / 2	0 / 0

## また、囚人のディレンマの場合

- D選択は優越的戦略であり、DDは「ナッシュ均衡解」
  - DDでは、独立に行動するなら、相互に自己の利得を向上できない
  - だが、DDは非効率的
  - CCの方が両者にとって有利
- この結果はなぜ直観に反するか？
  - 前提: 非協力ゲーム
  - 相互の話し合いができない
- 話し合いができる場合→協力ゲーム

		B	
		C <sub>2</sub>	D <sub>2</sub>
A	C <sub>1</sub>	1 / 1	-1 / 2
	D <sub>1</sub>	-1 / 2	0 / 0

## 協力ゲーム

- 例: 連合(coalition)形成
- 「解」の出し方は、数学的にはいろいろあり、一概に言えない
- 1つの考え方
  - 協力して達成できる全体の利得を最大化できる場合が「解」である
- 右の場合: 4つの結果
  - CC: 合計2
  - CD, DC: 合計1
  - DD: 合計0
  - 話し合っけて分け前を受け取ると考えれば、CCが最も有利

		B	
		C <sub>2</sub>	D <sub>2</sub>
A	C <sub>1</sub>	1 / 1	-1 / 2
	D <sub>1</sub>	-1 / 2	0 / 0

## 囚人のディレンマにおける「解」

- 非協力ゲームを前提にすると、DD以外は「解」ではない
- 協力ゲーム: CCが「解」になり得る
- ゲームを「動的」にとらえる場合、CCが均衡解に入ってくる
  - メタゲーム(metagame)
  - 超ゲーム(supergame)
- 集団的状况での戦略の「進化」を考える場合
  - コンピュータシミュレーションによる分析
  - 集団的状况で、どのような戦略が「解」になるかを分析

- 囚人のジレンマ
- 協力(C)と非協力(D)
- CC=相互サポート
  - ▶ 一種の(限定)交換
- 均衡解
  - ▶ 静的ゲーム→DD
  - ▶ Meta Game, Super Game への拡張→CCがDDとともに均衡解に含まれる。

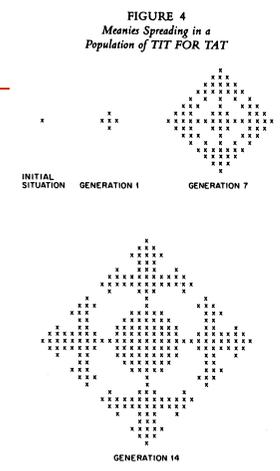
		Self	Other
Player 1	give	0	2
	not give	1	0

		Player 2	
		give	not give
Player 1	give	2 / 2	0 / 3
	not give	3 / 0	1 / 1

## Axelrod(1984) の分析

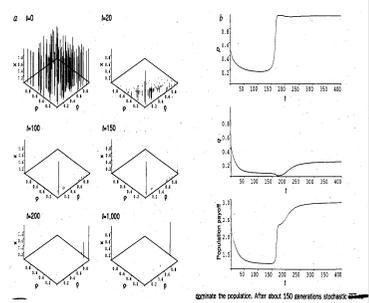
- 一種の進化ゲーム状況
- 戦略間のトーナメント
  - tit-for-tat戦略(TFT)の優越
- 解析
  - TFTを取り合う(→CC)ことが Nash 均衡解になる。
  - Collective Stable Strategy ≙ ESS
- TFTの頑健性
- 限界
  - どの戦略が勝つかは戦略分布による。
  - ノイズを考えない。
  - 多数の戦略が競い合う状況ではない。



## Axelrod(1984) 以後の展開(1)

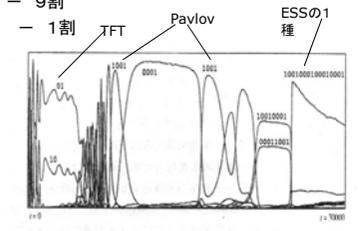
### ノイズのある状況

- ノイズがある状況では TFTより「寛容な」戦略が有利である可能性
  - 右図の p : C 返礼確率
  - 右図の q : D に C を返す確率
- 厳密な TFT : 協力の優越への触媒作用



## Axelrod(1984) 以後の展開(2)

- パブロフ戦略(Win-stay Lose-change): TFTより成績が良い、という結果(Nowak, M. & Sigmund, K., 1993)
- 非寛容な Gradual が強いという説(Beaufils, Delahaye & Mathieu, 1996): 相手が裏切った全回数を、相手が裏切るたびに裏切り返す。
- Open end な進化(Lindgren, 1991)
  - ノイズの存在 + 遺伝子操作によって戦略の次元が増加できる
  - 何らかのESSに到達 - 9割
  - open end な進化 - 1割



## セルオートマトンの適用例

(Hegselmann, 1996a,b)

### ■ エージェントをセルで表現

- エージェントはリスクを抱える。
- サポート関係の成立のシミュレーション

### ■ 結果

- サポートのネットワークが出現
- 近隣間でサポート関係が生じる。
- リスク水準が似通ったエージェント間でサポート関係が生じやすい。

8. First experiment after 1000 periods and 9420 actually

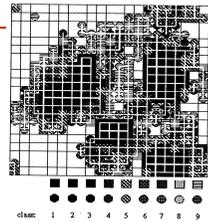
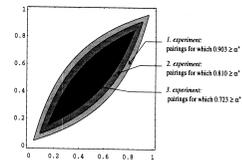


Figure 14.13. The lens-like areas contain those pairings of risks for which in the three experiments the COOP-condition equation (4.3) is fulfilled.



## 参考文献

- Axelrod, R., 1984, *The Evolution of Cooperation*. NY: Basic Books. アクセルロッド 松田裕之(訳)『つきあひ方の科学』, 1987. HBJ出版局.
- Beaufils, B., Delahaye, J-P., Mathieu, P. (1996) Our meeting with Gradual. *Artificial-Life-V*, MIT Press, Pp.202-209.
- Hegselmann, R., 1996a, Understanding social dynamics. See Troitzsch et al. (1996), Pp.282-306.
- Hegselmann, R., 1996b, Cellular automata in the social sciences. In R. Hegselmann, U. Mueller & K.G. Troitzsch (Eds.), *Modelling and Simulation in the Social Sciences from the Philosophy of Science Point of View*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, Pp.209-233.
- Lindgren, K. (1991) Evolutionary phenomena in simple dynamics. *Artificial Life-II*. Addison-Wesley, Pp.295-312.
- Nowak, M. & May, R.M., 1992, Evolutionary games and spatial chaos. *Nature*, 359, 29, 826-9.
- Nowak, M., May, R.M. & Sigmund, K., 1995, The arithmetics of mutual help. *Scientific American*, June, 50-55.
- Nowak, M. & Sigmund, K., 1992, Tit for tat in heterogeneous populations. *Nature*, 355, 16, 250-3.
- Nowak, M. & Sigmund, K., 1993, A strategy of win-stay, lose-shift that outperforms tit-for-tat in the Prisoner's Dilemma game. *Nature*, 364, 1, 568-3.
- Suleiman, R., 1996, Simulating cooperation and competition: Present state and future objectives. See Troitzsch et al. (1996), Pp.264-281.

□ 質問？

□ 来週(5/24)は  
休みにします

□ 次回は 5/31

