



ゲーム理論

火曜 2限 2011.04.19

高木英至

1

この授業の予定（一応の）

- ▶ 4/12 ガイダンス
- ▶ 4/19 非協力ゲーム
 - ▶ テキスト3-5章
- ▶ 4/26 ジレンマ・ゲーム
 - ▶ テキスト5章
- ▶ 5/10 協力ゲーム
 - ▶ テキスト9-10章
- ▶ 5/17-5/24 ダイナミックなゲーム
 - ▶ テキスト6章
- ▶ 5/31-6/7 繰り返しゲーム
 - ▶ テキスト7章
- ▶ 6/14-6/21 不確実な相手とのゲーム
 - ▶ テキスト8章
- ▶ 6/28-7/5 進化ゲーム+α
 - ▶ テキスト11章
- ▶ 7/12 期末試験
- ▶ 期末試験以外の試験は、授業日程の中に入れる
- ▶ テキストを利用可能にすること
 - ▶ 岡田章(2008)『ゲーム理論・入門』、有斐閣(アルマ) ¥1,900 + 税

▶ 2

例示：戦略形ゲーム～利得表で表現

▶ 例3.1 ピザ店の顧客獲得競争ゲーム(pp.43-45)

- ▶ 2つのピザ屋：A、B
 - ▶ それぞれ5割のシェアを持つ
- ▶ 2つの選択肢
 - ▶ 価格維持
 - ▶ 値下げ
- ▶ 一方的に値下げすればシェアは7割に増える
- ▶ 両店のシェアの合計は一定（10割）
- ▶ この状況で両店がゲームをするとどうなるか？

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5, 5	3, 7
	値下げ	7, 3	5, 5

▶ 3

▶ 2プレイヤー：2人ゲーム

- ▶ 2 person game
- ▶ 2人ゲーム、3人ゲーム、n人ゲーム
- ▶ 2選択肢 2 x 2 games
- ▶ このゲームは**同時手番ゲーム**である。同時手番ゲームとは？
- ▶ このゲームは**非協力ゲーム**である。「非協力」とは何を意味するか？
- ▶ このゲームは**ダイナミックなゲーム**ではない。**静的(static)なゲーム**である。「静的」とは？
- ▶ このゲームは**一定和ゲーム（ゼロ和ゲーム）**である。「一定和」とは？

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5, 5	3, 7
	値下げ	7, 3	5, 5

例3.1の利得表

▶ 4

例3.2 協調ゲーム

▶ 左側通行か右側通行か？

- ▶ 車道
- ▶ エスカレータ

▶ 相手と協調できれば利得が高い

- ▶ A男とB子はお互いに好きである。家と学校の間には2つのルートがある。一緒になれば楽しいが、一緒になれなければ楽しくない。

- ▶ A男とB子は同じ道を通るようになるか？

		相手	
		左側	右側
自分	左側	2 / 2	0 / 0
	右側	0 / 0	2 / 2

例3.2の利得表

		B子	
		ルート1	ルート2
A男	ルート1	2 / 2	0 / 0
	ルート2	0 / 0	2 / 2

▶ 5

例3.3 男性と女性の争い

▶ 仲の良い男女

▶ 男は野球に行きたい

▶ 女はバレエに行きたい

- ▶ 何れにせよ一緒に出かければ楽しいが、一緒でなければ辛い

		女性	
		野球	バレエ
男性	野球	2 / 1	0 / 0
	バレエ	0 / 0	1 / 2

例3.3の利得表

▶ 6

例3.4 タカーハト・ゲーム

▶ 例：交渉

▶ 2つの戦略

- ▶ ハト戦略
 - ▶ 対立を避ける、平和的戦略
- ▶ タカ戦略
 - ▶ 交渉決裂のリスクを冒して好戦的になる戦略

▶ 4つの結果

- ▶ ハトーハト：持久戦はあるが交渉はまとまる
- ▶ タカーハト：自分（タカ）に有利
- ▶ ハトータカ：相手（タカ）に有利
- ▶ タカータカ：双方にとって最悪

▶ 元来：動物の縄張り争い

		相手	
		ハト	タカ
自分	ハト	2 / 2	1 / 3
	タカ	3 / 1	0 / 0

例3.4の利得表

チキン・ゲームと同じ

▶ 7

例3.5 ペナルティキック

▶ キッカー

- ▶ 右に蹴るか左に蹴るか

▶ キーパー

- ▶ 右を守るか左を守るか

▶ 2種類の結果

- ▶ 両者が一致 → キーパーが勝つ
- ▶ 両者が不一致 → キッカーが勝つ

▶ ゼロ和ゲーム

▶ 同じ形式のゲームに何があるか？

		キッカー	
		左	右
キーパー	左	1 / -1	-1 / 1
	右	-1 / 1	1 / -1

例3.5の利得表

▶ 8

混合戦略

混合戦略 (mixed strategy)

- 確率的に行動を選択する戦略

純戦略(pure strategy)

- 1つの行動を確率1で選ぶ戦略

例: $[p, 1-p] \sim$ [左の確率, 右の確率]とすると

- キーパー $[1/2, 1/2]$ 、キッカー $[1/3, 2/3]$ なら:

- キーパーの期待利得 $= 1 \times 1/6 + (-1) \times 1/6 + 2/6 \times (-1) + 2/6 \times (-1) = 0$
- キッカーの期待利得は0
- キーパーの期待利得も0

		キッカー	
		左(1/3)	右(2/3)
キーパー	キ左(1/2)	1/6	2/6
	キ右(1/2)	1/6	2/6
		キッカー	
		左	右
キパー	キ左	1	-1
	キ右	-1	1

▶ 9

混合戦略の意味

確率的選択

- 相手の選択確率に対するプレイヤーの予想

集団分布

- 確率=各選択肢を選択するプレイヤーの分布

▶ 10

最適応答とナッシュ均衡点

例3.1 ピザ店の顧客獲得競争ゲーム

- B店の「価格維持」に対する最適応答: A店の「値下げ」
- B店の「値下げ」に対する最適応答: A店の「値下げ」
- A店の「価格維持」に対する最適応答: B店の「値下げ」
- A店の「値下げ」に対する最適応答: B店の「値下げ」

ナッシュ均衡点

- (値下げ, 値下げ)、他になし
- 各プレイヤーは他プレイヤーの選択に対して最適応答をとっている

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5	7
	値下げ	3	5

▶ 11

協調ゲーム

最適応答: 矢印

ナッシュ均衡点

- (左側, 左側) と (右側, 右側)

どの均衡点を実現するか?

- 均衡選択の問題
- 評判: 多数の人と同じ側に立つ
- フォーカル・ポイント
 - 利得以外の要素で均衡選択のヒントになるもの

		相手	
		左側	右側
自分	左側	2	0
	右側	0	2

例3.2の利得表

▶ 12

ナッシュ均衡点：定義

戦略形 n 人ゲーム

S_i : プレイヤー i の戦略集合

(純戦略の集合でも混合戦略の集合でもよい)

$s = (s_1, \dots, s_n)$: n 人のプレイヤーの戦略の組

$f_i(s)$: s に対するプレイヤー i の利得

定義4.1

$s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ がナッシュ均衡点であるとは、すべてのプレイヤー i のすべての戦略 $s_i \in S_i$ に対して、

$$f_i(s_i^*) \geq f_i(s_i^* / s_i) \quad \text{であるときである。}$$

s_i^* / s_i : s_i でプレイヤー i の戦略だけを s_i に取り換えたもの

▶ 13

ナッシュ均衡点の性質

- ▶ 他のプレイヤーが均衡戦略をとる限り、すべてのプレイヤーにとって均衡戦略をとることが最適である。
- ▶ どのプレイヤーも自分だけで均衡戦略を変えようとはしない。

▶ ナッシュの定理

- ▶ 純戦略の数が有限な戦略形 n 人ゲームは、混合戦略を含めて考えると、少なくとも1つのナッシュ均衡点を持つ

		相手	
		ハト	タカ
自分	ハト	2, 2	0, 3
	タカ	3, 1	0, 0

▶ 14

均衡点の2つの考え方

▶ 合理的均衡

- ▶ ナッシュ均衡点はプレイヤーの合理的な行動を示すゲームの解である
- ▶ プレイヤーは他のプレイヤーの戦略を予想し、ゲームの均衡点を計算できると仮定する

▶ 集団均衡

- ▶ 母集団から抽出されたプレイヤーがゲームを繰り返しプレイするときの、集団の均衡状態
- ▶ 進化ゲーム理論の考えにつながる

▶ 15

協調ゲーム：混合戦略を考えたとき

▶ 混合戦略

- ▶ 自分 x : 左を選ぶ確率
- ▶ $1-x$: 右を選ぶ確率
- ▶ 相手 y : 左を選ぶ確率
- ▶ $1-y$: 右を選ぶ確率

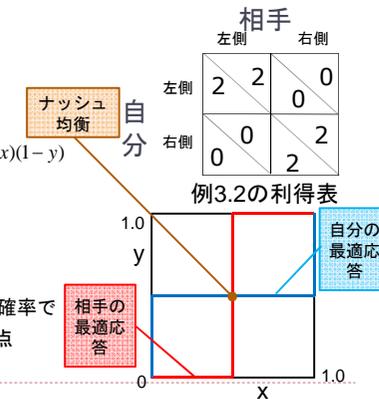
自分の期待利得 = $2xy + 2(1-x)(1-y)$
 $= 2[x(2y-1) + (1-y)]$.

$y > 1/2 \rightarrow x=1$ が最適応答

$y = 1/2 \rightarrow x$ は何でもよい

$y < 1/2 \rightarrow x=0$ が最適応答

自分と相手が右と左を $1/2$ の確率で選ぶことも、ナッシュ均衡点 (双方の期待利得 = 1)



▶ 16

-
- 今日はおしまい
 - 次回(4/26)はジレンマ・ゲームを扱います。
 - テキスト第3章～第5章を読んでおいてください

