



第3回目(入門復習編)

- パレート最適
- ジレンマ・ゲーム

ゲーム理論

火曜 2限 2011.04.26

高木英至

1

前回(4/19)のポイント

- ▶ 非協力ゲーム
- ▶ 最適応答
- ▶ ナッシュ均衡点
 - ▶ 相互に最適応答をしている状態
- ▶ 前回Quiz(b)のQ1、Q2
 - ▶ 答え(ナッシュ均衡点)はどうか?

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5, 5	3, 7
	値下げ	7, 3	5, 5

▶ 2

ナッシュ均衡点：定義

戦略形 n 人ゲーム

S_i : プレイヤー i の戦略集合

(純戦略の集合でも混合戦略の集合でもよい)

$s = (s_1, \dots, s_n)$: n 人のプレイヤーの戦略の組

$f_i(s)$: s に対するプレイヤー i の利得

定義4.1

$s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ がナッシュ均衡点であるとは、すべてのプレイヤー i のすべての戦略 $s_i \in S_i$ に対して、

$$f_i(s^*) \geq f_i(s^* / s_i) \quad \text{であるときである。}$$

s^* / s_i : s_i でプレイヤー i の戦略だけを s_i に取り換えたもの

▶ 3

- ▶ Q1: ある男女が右の利得行列のような「男性と女性の争い」をしているとしよう。この男女は、一緒に海か山に行けば楽しい(利得が高い)が、別々に出かけることになると利得が低い。しかし海は男性にとって有利な選択であり、山は女性にとってうれしい選択である、とする。
- ▶ 右の利得行列で表されるゲームで、男性、女性の最適応答は何か、およびナッシュ均衡点が何かを、混合戦略まで含めて求めなさい。

		女性	
		海	山
男性	海	3, 2	0, 0
	山	0, 0	2, 3

▶ 4

- ▶ Q2: 右図のようなペナルティキックのゲームにおける、キッカーとキーパーの最適応答とナッシュ均衡点を、混合戦略まで含めて求めなさい。

		キッカー	
		左	右
キーパー	左	1, -1	-1, 1
	右	-1, 1	-1, 1

▶ 5

ここで、囚人のジレンマ

- ▶ Prisoners' Dilemma (PD)
- ▶ 個人的合理性と集団的合理性の相違
- ▶ 「**自白**」は**個人合理的な戦略**
 - ▶ しかし、相互自白より相互黙秘の方が、両者の利得とも高い
- ▶ 「**黙秘**」が**集団合理的な戦略**
- ▶ 集団合理性
 - ▶ → **パレート最適性**

		囚人2	
		黙秘	自白
囚人1	黙秘	1年, 1年	3か月, 10年
	自白	10年, 3か月	8年, 8年

		囚人2	
		黙秘	自白
囚人1	黙秘	5, 5	6, -4
	自白	-4, 6	-3, -3

▶ 6

パレート最適性

S_i : プレイヤー*i*の戦略集合

$f_i(s)$: 戦略の組 $s = (s_1, \dots, s_n)$ に対するプレイヤー*i*の利得
定義5.1

$s = (s_1, \dots, s_n)$ と $t = (t_1, \dots, t_n)$ に対して

すべてのプレイヤーにとって $f_i(s) > f_i(t)$

⇒ s は t よりパレート優位

s よりパレート優位な他の戦略の組がない

⇒ 戦略の組 s はパレート最適

▶ 7

再び、囚人のジレンマ

- ▶ パレート最適点とナッシュ均衡点が食い違うケース
- ▶ パレート最適
 - ▶ CC
 - ▶ CD
 - ▶ DC
- ▶ すべてのプレイヤーの利得の総和を最大にする戦略の組 → パレート最適

		B	
		C ₂	D ₂
A	C ₁	1, 1	-1, 2
	D ₁	2, -1	0, 0

ナッシュ均衡点

▶ 8

例3.1 ピザ店の顧客獲得競争ゲーム(pp.43-45)

- ▶ ナッシュ均衡点
 - ▶ (値下げ、値下げ)
- ▶ パレート最適
 - ▶ すべての戦略の組
 - ▶ なぜなら、1人のプレイヤーの利得が上がればもう1人のプレイヤーの利得は下がる

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5, 5	3, 7
	値下げ	7, 3	5, 5

▶ 9

例3.2 協調ゲーム

- ▶ ナッシュ均衡点 (純戦略のみ)
 - ▶ (右側、右側) と (左側、左側)
- ▶ パレート最適
 - ▶ (右側、右側) と (左側、左側)

		相手	
		左側	右側
自分	左側	2, 2	0, 0
	右側	0, 0	2, 2

例3.2の利得表

例3.3 男性と女性の争い

- ▶ ナッシュ均衡点 (純戦略のみ)
 - ▶ (野球、野球) と (バレー、バレー)
- ▶ パレート最適
 - ▶ (野球、野球) と (バレー、バレー)

		女性	
		野球	バレー
男性	野球	2, 1	0, 0
	バレー	0, 0	1, 2

例3.3の利得表

▶ 10

例3.4 タカーハト・ゲーム

- ▶ ナッシュ均衡点 (純戦略のみ)
 - ▶ (ハト、タカ) と (タカ、ハト)
 - ▶ 混合戦略を含めたナッシュ均衡点は、テキスト練習問題5-1
- ▶ パレート最適
 - ▶ (ハト、タカ) と (タカ、ハト)、(ハト、ハト)

		相手	
		ハト	タカ
自分	ハト	2, 2	1, 3
	タカ	3, 1	0, 0

例3.4の利得表

例3.5 ペナルティキック

- ▶ ナッシュ均衡点
 - ▶ 純戦略では存在せず
- ▶ パレート最適
 - ▶ すべての戦略の組

		キッカー	
		左	右
パ	キ	1, -1	-1, 1
	パ	-1, 1	1, -1

例3.5の利得表

▶ 11

ここで、囚人のディレンマ

- ▶ 次の2つの条件からなる
- ▶ (1) $T_i > R_i > P_i > S_i$ ($i=1, 2$)
 - ▶ a. D_i は支配的戦略
 - ▶ $T_i > R_i$ かつ $P_i > S_i$ ($i=1, 2$)
 - ▶ b. 均衡解 ($D_1 D_2$) は非効率的 (deficient):
 - ▶ $R_i > P_i$ ($i=1, 2$)
- ▶ (2) $R_i \geq (T_i + S_i) / 2$
 - ▶ 振動解が存在しない

		C ₂ D ₂	
		C ₁	D ₁
C ₁	R ₁	R ₂	T ₂
	S ₁	S ₂	P ₂

C: cooperation
D: defection

T: temptation
R: reward
P: punishment
S: sucker

▶ 12

社会的ジレンマ(Social Dilemma)

- ▶ 個人的合理性と集団的合理性が食い違う場合
 - ▶ 囚人のジレンマは2人の場合の特殊ケース
- ▶ 共通の構造
 - ▶ 個人合理性を追求するとナッシュ均衡点に至る
 - ▶ しかしナッシュ均衡点は集団合理的ではない（パレート最適点ではない）。つまり当事者全員にとってより良い状態に移行する余地がある。
- ▶ ジレンマをいかにして解決するか？
 - ▶ いかにすればパレート最適点に至れるか？

▶ 13

社会的ジレンマ(Social Dilemma)

- ▶ 社会科学の根本問題
 - ▶ 国家による解決：強制力、税金徴収
 - ▶ 市場による解決：しかし「市場の失敗」
 - ▶ 当事者間の交渉による解決
- ▶ 協力を確保するメカニズムの必要
 - ▶ 非協力への誘因の存在（個人的合理性）
 - ▶ 協力へのインセンティブの必要性
 - ▶ 協力への報酬
 - ▶ 非協力への罰則
- ▶ しかし2次的ジレンマ問題

▶ 14

社会的ディレンマ：秩序問題

- ▶ 合理的な行為者は秩序を崩壊させる。
- ▶ 2つの選択肢（多数でもよい）
 - ▶ 協力（C）：秩序を守る
 - ▶ 非協力（D）：秩序を無視して私益に走る
- ▶ D選択に負の外部性(externalities)がある
- ▶ [例] 20人の社会
 - ▶ 各人には2つの選択肢：CとD
 - ▶ C：秩序（規範）を守る。本人の利益に変化なし。
 - ▶ D：秩序を破る。自分は+4もうかる。しかし全員に-1の被害を与える。

	自分以外のC選択者数					
	0	1	2	...	18	19
C	-19	-18	-17	...	-1	0
D	-16	-15	-14	...	2	3

- ▶ → Cを選ぶよりDを選ぶ。
- ▶ → 全員D（無秩序状態、万人に対する万人の闘争）、誰にとっても望ましくない。

▶

社会的ディレンマ：公共財型

- ▶ [例] 20人の社会
 - ▶ C：公共財に投資する（寄付する）
 - ▶ D：投資しない
 - ▶ 公共財投資のコスト=3、しかし1人が寄付すれば全員が1の利益を得る。

	自分以外のC選択者数					
	0	1	2	...	18	19
C	-2	-1	0	...	16	17
D	0	1	2	...	18	19

- ▶ → Cを選ぶよりDを選ぶ（free-riding ただ乗りしようとする）。
- ▶ → 全員D（公共財は供給されない）

▶

-
- 今日はおしまい
 - 次回(5/10)は協力ゲームを扱います。
 - テキスト9-10章を読んでおいてください

