

ゲーム理論 Quiz 解答例

2011年 4月26日 (火曜)

学籍番号_____

氏名_____

下の利得表で表現される20人による社会的ジレンマゲームについて、次の(1)～(3)の間に答えよ。

プレイヤー数 20人

		自分以外のC選択者数					
		0	1	2	...	18	19
	C	-2	-1	0	...	16	17
	D	0	1	2	...	18	19

ただし、

- ・このゲームは20人のプレイヤーによるゲームである。
- ・各プレイヤーの選択枝はCとDだけであり、純戦略だけが選択対象と仮定する。

(1) 何がナッシュ均衡点であることを述べよ。また、その根拠は何か？

ナッシュ均衡点は「全員D」である。なぜなら、Dはどのプレイヤーにとっても支配戦略であり、定理4.2から、ナッシュ均衡点は「全員D」といえる。

また、「全員D」以外はナッシュ均衡点でないことは次のようにしていえる（前提は純戦略だけを考えることである）。「全員D」以外にナッシュ均衡点があるなら、何れかのプレイヤーはCが最適応答である場合がなければならない。しかしCが最適応答であり得ることは、Dが支配戦略であることと矛盾する。したがって「全員D」以外はナッシュ均衡点ではない。

(2) 全員がCを選ぶことはパレート最適である。その根拠は何か？

「解き方1」：全プレイヤー数を n 、プレイヤー中のC選択者数を n_c とおけば、C選択者の利得は $(n_c - 3)$ 、D選択者の利得は n_c である。そこで、全員の利得の総和 V は次となる。

$$V = (n_c - 3)n_c + n_c(n - n_c) = n_c(n - 3)$$

つまり V は n_c に比例し、 $n_c = n$ （全員C）のときに最大となる。

このことから、（少なくとも）「全員C」はパレート最適である。（テキスト p.93を参照）

「解き方2」：「全員C」なら利得ベクトルは $(17, 17, 17, \dots, 17)$ となる。

誰かがDのとき、C選択者がいれば、C選択者の利得は17より低くなる。もし全員がDなら、全員の利得は0である。以上から、「全員C」よりパレート優位な戦略の組は存在しない。定義5. 1から、「全員C」はパレート最適である。

(3) 全員Cを選ぶこと以外にパレート最適になる戦略の組があるか否かを述べよ。

C選択者数が17～20の状態はパレート最適といえる。

以下、利得の高い順にプレイヤーを並べるとすると、

C選択者数が20のときの利得ベクトル： $(17, 17, 17, 17, 17, \dots, 17)$

C選択者数が19のときの利得ベクトル： $(19, 16, 16, 16, 16, \dots, 16)$

C選択者数が18のときの利得ベクトル： $(18, 18, 15, 15, 15, \dots, 15)$

C選択者数が17のときの利得ベクトル： $(17, 17, 17, 14, 14, \dots, 14)$

C選択者数が16のときの利得ベクトル： $(16, 16, 16, 16, 13, \dots, 13)$

つまり、C選択者数が16以下の解（戦略の組）より「全員C」がパレート優位になる。つまりC選択者数が16以下の解はパレート最適ではない。

C選択者数が17～20のときは、何れも、相互にパレート優位とはならない。

したがって、C選択者数が17～20の状態はパレート最適である。