第6回目
●ダイナミックなゲーム(2)

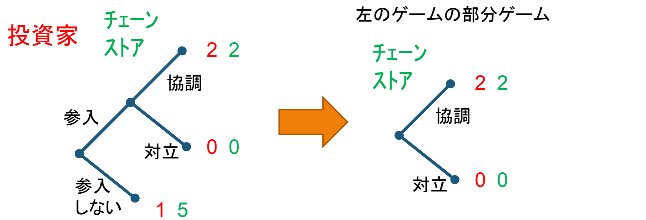
ゲーム理論

火曜　２限　2011.05.24

高木英至

本日の範囲

- 前回のQuiz
- テキスト第６章
  - 信頼ゲーム
- テキスト練習問題
  - 完全情報２人ゲーム
  - シュタッケルベルク均衡
- 応用：交渉の戦略的アプローチ
  - 交互提案ゲーム（９章）
  - ランダムな提案者ゲーム（１０章）

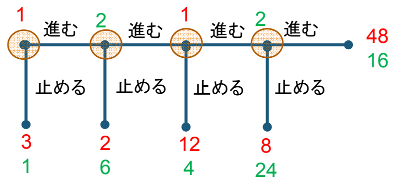


- **定義6.1 部分ゲーム完全均衡点**
  - ゲームのすべての部分ゲームにナッシュ均衡点を導く行動戦略の組

- 定理 6.1　有限の長さを持つ完全情報ｎ人ゲームでは、先読み推論によって定まるプレイヤーの戦略の組は**部分ゲーム完全均衡点**である。

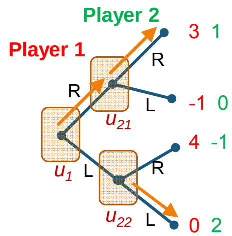
- 定理 6.2　有限の長さを持つ完全情報ｎ人ゲームでは、純戦略による**部分ゲーム完全均衡点**が少なくとも１つ存在する。

例6.7　信頼ゲーム



- 先読み推論→　ナッシュ均衡点は「すべての手番でゲームを終了する」
- この戦略が部分ゲーム完全均衡点

練習問題6-1



Player 2

Player 1	R	L
R	3, 1	-1, 0
L	4, -1	0, 2

ナッシュ均衡点

Player 2

Player1	RR	RL	LR	LL
R	3, 1	3, 1	-1, 0	-1, 0
L	4, -1	0, 2	4, -1	0, 2

- 標準形では、(L,L)がナッシュ均衡点
- (R,RL)が部分ゲーム完全均衡点
- (L,LL)はナッシュ均衡であっても、部分ゲーム完全均衡点ではない

練習問題6-3(シュッタルベルク均衡)

- 例3.6のクールノー寡占市場ゲーム(クールノー均衡)

p↕ 跌坨ワ亘歃ゎゎq_1：倮沛↟ ワ冕膿霄ゎゎq_2：倮沛↠ ワ冕膿霄

ムメヘわ倶菪ワ騔磴鄤磆ヰ嚬べ↕ $c_1 = c_2 = c.$

息嫣ワ↖ 鐃↗ 傜蹝驤栖ヰわ

$p = a - b(q_1 + q_2),$ ゎゎ$a, b > 0$ ゎゎ(4.1)

倮沛↟ ワ吡玅驤栖ゎゎ$f_1(q_1, q_2) = pq_1 - cq_1$ ゎゎゎゎゎ(4.2)

倮沛↠ ワ吡玅驤栖ゎゎ$f_2(q_1, q_2) = pq_2 - cq_2$

槙閄躯ヰ$\dfrac{df_1}{dq_1} = 0$㈴犠ムペワヨわ槙閄躯ヰ$\dfrac{df_1}{dq_1} = 0$㈴犠ムペワヨわ

$q_1 = \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{q_2}{2}$, ゎゎ嚬涑レゎゎ$q_2 = \dfrac{a-c}{2b} - \dfrac{q_1}{2}$

ピワ鐳緊桜縦愓㈴躯バラ㊦㊟㊓㊍姒賦(q^*_1, q^*_2)

=㊋㋫㋚㊪㋫姒賦ネ戒㈫㈮㈭ゐ

ゎゎ$q^*_i = \dfrac{a-c}{3b}$, ゎ$f_i(q^*_1, q^*_2) = \dfrac{(a-c)^2}{9b}$ ゎ($i = 1,2$)ゎ

- シュタッケルベルク均衡とは
  - 企業１が最初に供給量q_1を決定
  - 企業２はq_1を知ったうえで自分の供給量q_2を決定
- いわば、
  - クールノー均衡のゲームは同時手番ゲーム
    - 相互の最適応答が交わるところがクールノー均衡点（ナッシュ均衡点）
  - シュタッケルベクル均衡のゲームは逐次手番ゲーム
- シュタッケルベクル均衡はどのように解くべきか？
- クールノー均衡とシュタッケルベクル均衡とで、両企業の供給量は異なるか？

シュタッケルベクル均衡の解き方(1)

息嫣ワ↖ 鐃↗ 絛蹝驥栖キわ

$p = a - b(q_1 + q_2)$, わわ $a, b > 0$ わわ (4.1)

☣匿レq_1ネ潤㈠ヤョヅ㈭ラノワわ保沛↠ ワ槇閂冕膿霄㈴漸㈣㈭ゐ

保沛↠ ワ吡玅驥栖わ

$f_2(q_1, q_2) = pq_2 - cq_2 = [a - b(q_1 + q_2)]q_2 - cq_2$ わ

$$\frac{df_2}{dq_2} = 2bq_2 + a - bq_1 - c = 0$$

$$q_2^* = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1}{2}.$$

☣q_2^*㈴呉暖レヘムラノワわ保沛↟ ワ槇閂打罫㈴漸㈣㈭ゐ

$$p = a - b(q_1 + q_2^*) = -\frac{b}{2}q_1 + \frac{a+c}{2}$$

$f_1 = pq_1 - cq_1 = -\frac{b}{2}q_1^2 + \frac{a-c}{2}q_1$ わわ $\frac{df_1}{dq_1} = -bq_1 + \frac{a-c}{2} = 0$ わわ $q_1^* = \frac{a-c}{2b}.$

シュタッケルベクル均衡の解き方(2)

☣保沛↠ キわわ $q_2^* = \frac{a-c}{2b} - \frac{a-c}{2 \cdot 2b} = \frac{a-c}{4b}.$

☣斟冕膿霄キわわ $q_1^* + q_2^* = \frac{3(a-c)}{4b}.$

☣亘歃 $p^* = a - \frac{3(a-c)}{4} = \frac{a+3c}{4}.$

☣吡玅キ

$$f_1^* = (p-c)q_1^* = \frac{(a-c)^2}{8b},$$

$$f_2^* = (p-c)q_2^* = \frac{(a-c)^2}{16b}.$$

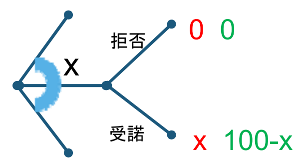
２つの均衡の比較

㊓㊌㊛㊟㊍㊕5月㊕㊋奴賦	㊋㋫㊕㊫㋫奴賦
わ $q_1 = \frac{a-c}{2b}$,	わ $q_1 = \frac{a-c}{3b}$,
わ $q_2 = \frac{a-c}{4b}$.	わ $q_2 = \frac{a-c}{3b}$.
わ $f_1 = \frac{(a-c)^2}{8b}$,	わ $f_1 = \frac{(a-c)^2}{9b}$,
わ $f_2 = \frac{(a-c)^2}{16b}$.	わ $f_2 = \frac{(a-c)^2}{9b}$.

ここで、交互提案ゲーム

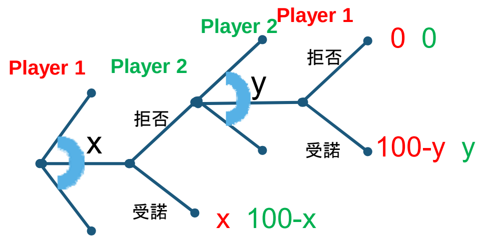
- 第９章の４
- 例6.3　最後通告ゲーム

提案者　応答者



交互提案ゲーム

- n=2 のとき（交互に１回ずつ提案）



(100-100δ, 100δ)を Player 1 は提案

(0, 100)を Player 2 は提案

ランダムな提案者ルール

- 第１０章の４
- 例：３人対称ゲーム（協力ゲーム）
- 特性関数v
  - v({1})=0, v({2})=0, v({3})=0
  - v({1,2})=v({1,3})=v({2,3})=a, 0<a<1
  - v({1,2,3})=1
  - 優加法的
- プレイヤーがランダムに配分の提案を行う
- この交渉ゲームの部分ゲーム完全均衡点は？
- 前提：どの交渉ラウンドでも、プレイヤーは同じ戦略を採用する（定常部分ゲーム完全均衡点）

3月㋛㊀㋓㋫iワ槮懿吪戒㈴v_iラニバ↖ $i=1,2,3$↗

3月㋛㊀㋓㋫iワ槓閄打罩↕ δv_i僞倉ワ吪戒ネ暖歌ブ㈮㈮ヱ噣逐

3月㋛㊀㋓㋫1ネ暖歌蒻ワラノわ

わ1ヰ$(1-\delta v_2-\delta v_3, \delta v_2, \delta v_3)$㈴暖歌 → 2,3ヰ噣逐

わ1ワ槮懿吪戒ヰわわ$v_1=\frac{1}{3}(1-\delta v_2-\delta v_3)+\frac{2}{3}\delta v_1$

わわヘムネヤョわ$(3-2\delta)v_1+\delta v_2+\delta v_3=1$わわ(1)

わ嚬涑レわわわわわ$\delta v_1+(3-2\delta)v_2+\delta v_3=1$

わわわわわわわわわ$\delta v_1+\delta v_2+(3-2\delta)v_3=1$

↡ ュワ罕慯㈴咮ド㈭ラわわ$v_1+v_2+v_3=1$

$v_2+v_3=1-v_1$㈴(1)レ僜南ヘョ軀バラわ$v_1=1/3.$

→ わ$v_1=v_2=v_3=1/3.$

- □今日はおしまい
- □次回(5/31)は「繰り返しゲーム」を扱います。
- □テキスト７章に目を通しておいてください