第10回目
●不確実な相手とのゲーム（１）

ゲーム理論

火曜　２限　2011.06.21

高木英至

本日の範囲

- 前回のQuiz解説
- 条件付き確率
  - 第２章、５
  - 第８章、２
- 情報不完備ゲーム
  - 第８章、１
- 完全ベイジアン均衡点
  - 第８章、３
- 逆選択とシグナリング
  - 第８章、４

- 今後の日程
  - 6/21, 6/28 不確実な相手とのゲーム
    - テキスト8章
  - 7/5 進化ゲーム
    - テキスト11章
  - 7/12 期末試験

確率の復習

Ω：事象の集合　例：$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

E：Ωの要素の集合　　例：$E = \{2,4,6\}$

$E \cup F$：和集合　　$E \cap F$：積集合

$E^C = \Omega - E$：補集合

空集合

Ωのすべての事象Eに実数$p(E)$が対応し、次の３条件が成り立つとき、$p(E)$は事象Eの確率という.

(1) $p(E) \geq 0$

(2) $p(\Omega) = 1$

(3) $E \cap F =$ 空集合なら、$p(E) + p(F) = p(E \cup F)$

$p(E \cap F) = p(E) \cdot p(F)$　　事象Eと事象Fは独立

事象Eと事象Fに対して、$p(F) \neq 0$のとき、

$$p(E \mid F) = \frac{p(E \cap F)}{p(F)}$$

：Fが与えられたときのEの条件付き確率（ベイズの公式）

$p(x = x_i, y = y_j)$: 同時確率

確率変数xと確率変数yが独立であれば、

$p(x = x_i, y = y_j) = p(x = x_i) \cdot p(y = y_j)$

$i = j = 2$として$p(x = x_i, y = y_j) = p_{ij}$と書くと、

$$p(y = y_1 \mid x = x_1) = \frac{p(x = x_1, y = y_1)}{p(x = x_1)} = \frac{p_{11}}{p_{11} + p_{12}}$$

事前予想の更新

	g	b
G	3/8	1/8
B	1/8	3/8

- ある企業の業績
  - G:Good
  - B:Bad
- 証券アナリストのメッセージ
  - g: ‘Good’
  - b: ‘Bad’
- 投資家の事前予想
  - p(G)＝1/2
  - p(B)＝1/2
- 証券アナリストのメッセージ＝ g
- 投資家の事後予想
  - p(G|g)＝p(G,g)/p(g) ＝(3/8)/(3/8＋1/8)＝3/4
  - p(B|g)=p(B,g)/p(g) =(1/8)/(3/8+1/8)=1/4

情報不完備ゲーム

- プレイヤーが互いの「タイプ」（行動集合や利得関数）について不確かな情報しか持たないゲーム
  - **不完全情報ゲーム**：展開形ゲーム。プレイヤーが過去のプレイについて不完全な情報しか持たないゲーム
- **ベイジアン仮説**：意思決定者が事象の確率を主観的に予想し、主観確率による期待効用が最大となる選択を行う
- 情報不完備ゲーム
  - ベイジアン仮説を採用
  - **ベイジアン・ゲーム**と呼ぶ
  - **ベイジアン均衡点**：ベイジアン・ゲームにおけるナッシュ均衡点
  - **完全ベイジアン均衡点**：ベイジアンゲームにおける部分ゲーム完全均衡点

- 戦略と**整合的なプレイヤーの信念**(p.172)
  - 情報集合が戦略によって到達可能なとき、予想はベイズ公式による条件付き確率に等しい
  - 情報集合が戦略によって到達可能でないとき、どんな予想でもよい（任意の予想が整合的）
- **完全ベイジアン均衡点**：<u>すべての情報集合において</u>次の２条件が成り立つ
  - プレイヤーの信念は戦略と整合的
  - プレイヤーの戦略は信念と他のプレイヤーの戦略に対して最適である

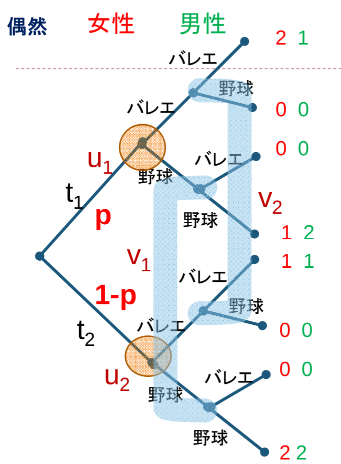
男性と女性との争い、女性の２タイプ

- 男性は相手の女性がどちらのタイプか分らない
- t_1：バレエが好きな女性のタイプ

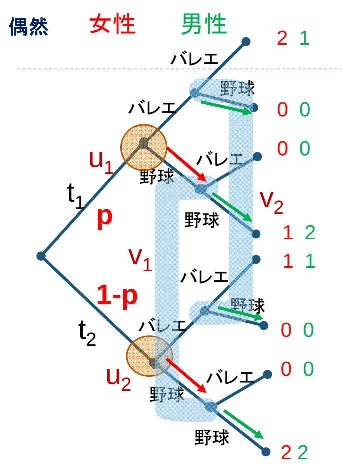
男性 ＼ 女性	野球	バレエ
野球	2, 1	0, 0
バレエ	0, 0	1, 2

- t_2：野球が好きな女性のタイプ

男性 ＼ 女性	野球	バレエ
野球	2, 2	0, 0
バレエ	0, 0	1, 1



- 情報集合v_1での男性の最適戦略
  - 女性の対応に関する信念が何であれ、野球を選択
- 情報集合v_2での男性の最適戦略
  - 女性の対応に関する信念が何であれ、バレエを選択
- 女性は、自分のタイプに従ってバレエか野球を選択するのが最適
- 男性の信念
  - バレエを選ぶ女性はバレエ・タイプと予想
  - 野球を選ぶ女性は野球タイプと予想
- 以上が**完全ベイジアン均衡点**
- **分離均衡**：男性は女性の行動からタイプを完全に予想できる



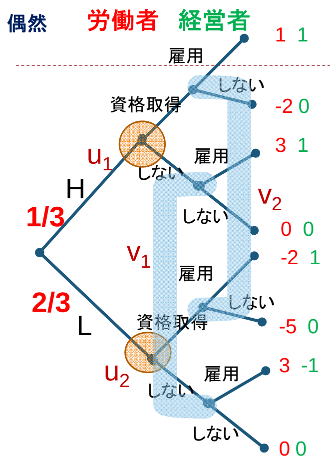
- 次もナッシュ均衡点
  - 女性はタイプにかかわらず野球を選択
  - 男性は女性の行動にかかわらず野球を選択
  - 男性の信念
    - 女性が野球を選択するときは事前予想と同じ
    - 女性がバレエを選択するときは信念は任意（v_2は到達されない）
- v_2は到達されることがない。女性に野球を選択させるための**信憑性のない脅し**
- このナッシュ均衡点は完全ベイジアン均衡点ではない
- **一括均衡**：男性は女性の行動からタイプを予想できない

逆選択

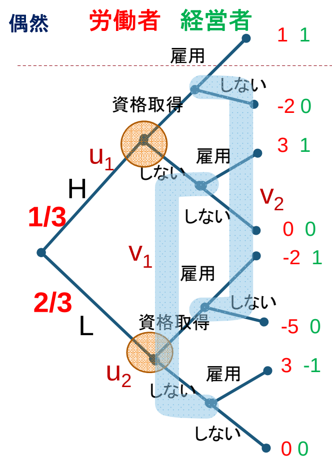
- 高品質の剤が取引されるはずの市場で低品質の財ばかりが取引されるようになる
- 例
  - 中古車市場：
    - 売り手は商品が不確実なので安く買おうとする
    - 高品質の中古車は市場に出なくなる
    - 低品質車（レモン）しか取引されなくなる
  - 保険
    - 事故率の高い加入者を恐れ、保険料を高く設定
    - 事故率の高い者しか保険に入らない
    - 保険料はさらに高くなる（保険が成り立たなくなる）
- **シグナリング**：自分のタイプを知らせる
  - **シグナリング・ゲーム**：自分がシグナルを出すか否かを選択するゲーム

例：労働者の雇用

- １人雇用するか否か
- 労働者の２タイプ（p(H):p(L)＝1:2）
  - Ｈ：高能力
  - Ｌ：低能力
- 雇用するときの経営者の期待利得は
  - 1/3×1+2/3×(-1)＝ -1/3
- ⇒　経営者は雇用しない
- 労働者が能力に関するシグナルを出せば、高能力者を雇用できる

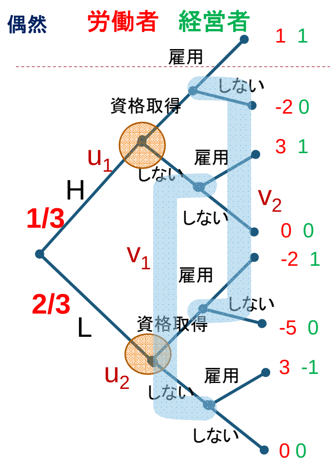


- シグナル＝資格の取得
- 資格取得コスト
  - H:-2
  - L:-5
- 賃金は３
- 経営者の利益は前ページ
- Lの労働者の選択
  - 資格取得をしない、が最適
- Hの労働者の選択は？
  - 純戦略だけを考える



H労働者が資格取得をする場合

- 経営者の整合的な信念は
  - p(H|資格取得)=1
  - p(L|資格取得)=0
  - p(H|資格取得せず)=0
  - p(L|資格取得せず)=1
- 経営者は労働者の行動（資格）からタイプを推測できる（分離均衡）
- 経営者の最適行動
  - 資格取得した労働者は雇用し、修得しない労働者は雇用しない
- 以上の戦略と信念の組は最適ベイジアン均衡



H労働者が資格取得をしない場合

- 経営者の整合的な信念は
  - p(タイプ|資格取得)=任意
  - p(H|資格取得せず)=1/3
  - p(L|資格取得せず)=2/3
- v_1での経営者の最適行動
  - シグナルがない場合と同じ＝誰も雇用しない
- v_2での経営者の最適行動
  - Hである確率をp(任意)として
  - p×1+(1-p)×(-1)=2p-1
  - p<1/2なら雇用しない
  - p>1/2なら雇用する
- p(H|資格取得)<1/2という信念のもとで、誰も雇用せず、誰も資格を取得しない状態が完全ベイジアン均衡点

- 今日はおしまい
- 次回(6/28)は引き続き「不確実な相手とのゲーム」を扱います。
- テキスト８章（特に練習問題）に目を通しておいてください