



● 選択と意思決定(1)

# ゲーム理論入門

火曜 2限 2011.10.11

高木英至

1

## 本日の内容

- ▶ ゲーム理論の基本概念：概説
  - ▶ 今後繰り返し出てくる重要概念を予め説明
  - ▶ 詳しくはこの授業全体で理解する
  - ▶ テキスト第1章
- ▶ 選択と意思決定(1)
  - ▶ 選好、効用、リスクを含む選択
  - ▶ 合理的選択とは何か？
  - ▶ テキスト第2章、1、2
- ▶ 次回までに：テキスト第2章全体を読んでおくことが望ましい

▶ 2

## ■ ゲーム理論の基本概念

- ▶ ゲーム的状况
  - ▶ 複数の行動主体(プレイヤー)
  - ▶ プレイヤーは結果(利得)を目指して選択をする
  - ▶ 自分の結果 =  $f$ (自分の選択、他のプレイヤーの選択)
    - ▶ 相互依存関係
  - ▶ プレイヤーはゲームのルールに従う
- ▶ そのモデル → ゲーム
- ▶ 前提とするプレイヤーの特性
  - ▶ 合理的
  - ▶ 理性的

▶ 3

## 「合理的」の意味

- ▶ 明確な目標を持つ
- ▶ 選好(preference)がはっきりしている
- ▶ 選好関係
  - ▶ 2つの選択肢  $x$ 、 $y$
  - ▶  $x$ を $y$ より選好する  $\Leftrightarrow x \succeq y$ 
    - ▶  $x$ を $y$ よりも悪くはないと判断する
  - ▶  $x$ を $y$ より厳密な意味で選好する  $\Leftrightarrow x \succ y$ 
    - ▶  $x$ を $y$ より選好するが、 $y$ を $x$ より選好しない
  - ▶  $x$ と $y$ は無差別(indifference)
    - ▶  $\Leftrightarrow x \succeq y$  かつ  $y \succeq x$

▶ 4

### 「合理的」とは...

- ▶ 次の条件が成り立つ
  - ▶ 完備性：すべての選択対象  $x$  と  $y$  に対して次が必ず成り立つ： $x \succeq y$  または  $y \succeq x$
  - ▶ 推移性： $x$ 、 $y$ 、 $z$  に対して
    - ▶  $x \succeq y$  かつ  $y \succeq z \rightarrow x \succeq z$
  - ▶ (反射性： $x \succeq x$ )
- ▶ 直感的に言えば、選択対象を好みの点で順位づけられること
- ▶ 上の条件は常に成り立つか？

▶ 5

### Quiz：あなたなら何を選ぶか？

- ▶ 次のいずれか
  - ▶ A: 500円
  - ▶ B: メタルのスマートなボールペン
- ▶ 次のいずれか
  - ▶ A: 500円
  - ▶ B: メタルのスマートなボールペン
  - ▶ C: 外見が少し違うメタルのスマートなボールペン
- ▶ 次の何れか
  - ▶ A: 500円
  - ▶ B: メタルのスマートなボールペン
  - ▶ D: プラスティック製のありふれたボールペン

▶ 6

### Quiz：あなたなら何を選ぶか？

- ▶ 次のいずれか
  - ▶ A: 500円
  - ▶ B: メタルのスマートなボールペン
- ▶ 次のいずれか
  - ▶ A: 500円 → **選ばれやすくなる**
  - ▶ B: メタルのスマートなボールペン
  - ▶ C: 外見が少し違うメタルのスマートなボールペン
- ▶ 次の何れか
  - ▶ A: 500円
  - ▶ B: メタルのスマートなボールペン → **選ばれやすくなる**
  - ▶ D: プラスティック製のありふれたボールペン
- ▶ **現実には、選好関係はしばしば不安定である**

▶ 7

### 「理性的」とは...

- ▶ 自分が相手の立場ならこうする、が分る
- ▶ 例：最後通告ゲーム (テキスト p.111)
- ▶ 最後通告ゲームのルール
  - ▶ 2人のプレイヤーが100万円の分配を交渉する
  - ▶ プレイヤー1が自分の取り分  $x$  万円と相手の取り分  $(100-x)$  万円を提示 (最後通告)
  - ▶ プレイヤー2は、1の提案を受諾するか拒否するかを選ぶ。
    - ▶ 受諾すれば両者はそれぞれ、 $x$ 、 $100-x$  を得る
    - ▶ 拒否すれば両者は何も得ない
- ▶ 問題：もしあなたがプレイヤー1なら、 $x$  をいくりにするか？

▶ 8

## 規範的理論と記述的理論

- ▶ 規範的理論(Normative Theory)
  - ▶ いかに行動するのが合理的か？
- ▶ 記述的理論(Descriptive Theory)
  - ▶ 実際に人はどのように行動するか？
  
- ▶ ゲーム理論はどちらか？
- ▶ どちらの理論が重要か？

▶ 9

## その他、重要な概念

- ▶ Zero-sum
  - ▶ ゼロ和ゲーム（一定和ゲーム）
    - ▶ 誰かの得が誰かの損になるゲーム
    - ▶ プレイヤーの利害が対立
  - ▶ 非ゼロ和ゲーム
    - ▶ ともに得する（損する）ことがあり得る
- ▶ 2つの合理性：両者は食い違うことがある
  - ▶ 個人的合理性
  - ▶ 社会的合理性（集团的合理性）

▶ 10

## ■ 選択と意思決定（1）

- ▶ 選択対象の集合  $X = \{x, y, z, \dots\}$ 
  - ▶  $X \ni x, y, z$
- ▶ 選好関係  $\succeq$ 
  - ▶  $x$ を $y$ より好むか同程度に好き： $x \succeq y$
  - ▶  $x \succeq y$  かつ  $y \succeq x \rightarrow x$ と $y$ は**無差別**
  - ▶ 厳密な選好  $x \succ y$
- ▶ 合理的な行動主体の選好は次の仮定を満たす
  - ▶ 完備性：すべての選択対象  $x$  と  $y$  に対して次が必ず成り立つ
    - ▶  $x \succeq y$  または  $y \succeq x$
  - ▶ 推移性： $x$ 、 $y$ 、 $z$ に対して
    - ▶  $x \succeq y$  かつ  $y \succeq z \rightarrow x \succeq z$
- ▶ 選好順序

▶ 11

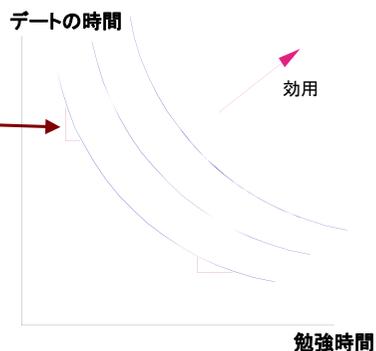
## 効用(utility)

- ▶ 人の選択を導くもの
  - ▶ 選好関係を再現
    - ▶  $x \succeq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$
- ▶ 効用関数  $u(x)$
- ▶ 効用には2種類ある
  - ▶ 序数的効用(ordinal utility)：順序だけが問題になる
  - ▶ 基数的効用(cardinal utility)：数値として扱える
  
- ▶ 効用は序数的効用として扱うことが多い
  - ▶ 例：無差別曲線

▶ 12

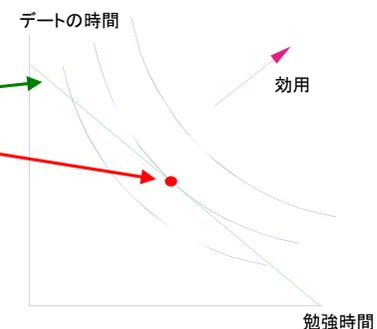
## 無差別曲線(indifference curve)

- ▶ 無差別曲線=効用 (満足度) が同じ水準の点の集まり
- ▶ 限界代替率
- ▶ 無差別曲線は左下に凸
- ▶ 右上にある無差別曲線ほど効用水準が高い(より満足)



▶ 13

- ▶ 予算制約
- ▶ 最適な選択
- ▶ 今は「2財」の場合を考える
  - ▶ n財であっても原理は同じ



▶

## 選択にリスクがある場合

- ▶ Xを選ぶ
  - ▶ 0.4の確率で10万円儲かる
  - ▶ 0.6の確率で全く儲からない
- ▶ Yを選ぶ
  - ▶ 0.5の確率で8万円儲かる
  - ▶ 0.5の確率で1万円儲かる
- ▶ XとYのどちらを選ぶか?
  - ▶ 1つの考え: 儲かる金額の「期待値」(E)が高い選択肢を選ぶ
    - ▶  $E(X) = 10 \times 0.4 + 0 \times 0.6 = 4$
    - ▶  $E(Y) = 8 \times 0.5 + 1 \times 0.5 = 4.5$
- ▶ XよりYを選ぶ

▶ 15

## では次の場合、どうか?

- ▶ 【例】どちらかを選べ
  - ▶ X: 歪みのないコインを表が出るまで投げ続ける。1回目表が出れば2万円、2回目なら4万円、3回目なら8万円、n回目なら $2^n$ 万円を受け取る。
  - ▶ Y: 常にy万円もらえる
- $$E(X) = (\frac{1}{2})2 + (\frac{1}{4})4 + \dots + (\frac{1}{2})^n 2^n + \dots = 1 + 1 + \dots + 1 + \dots = \infty$$
- $$E(Y) = y$$
- ▶ このとき、yが有限である限り、 $E(X) > E(Y)$ であるから、人は常にXを選ぶ?
  - ▶ 聖ペテルスブルグのパラドックス
  - ▶ 直感的にはおかしい。どう考えるべきか?

▶ 16

- 
- 今日はおしまい
  - 次回までに：テキスト第2章  
全体を読んでおくこと

