



●選択と意思決定(2)

ゲーム理論入門

火曜 2限 2011.10.18

高木英至

1

本日の内容

- ▶ 選択と意思決定 (2)
 - ▶ テキスト第2章
 - ▶ 不確実性の下での意思決定 (選択)
 - ▶ デシジョン・ツリー
 - ▶ 期待効用最大化仮説
 - ▶ ベイジアン仮説
 - ▶ 動機づけ理論 (心理学)
 - ▶ リスク回避とリスク選好

▶ 2

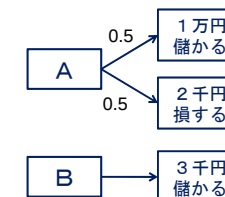
不確実性下の意思決定

- ▶ 前回：意思決定 → 効用 (関数)
- ▶ 選択対象：A、B
- ▶ 確実な場合
 - ▶ どちらを選ぶか？ → Aを選ぶに決まっている
 - ▶ A：1万円儲かる
 - ▶ B：5千円儲かる
- ▶ 不確実性が入ると？
 - ▶ どちらを選ぶか？
 - ▶ A：確率1/2で1万円儲かり、確率1/2で2千円損する
 - ▶ B：必ず3千円儲かる

▶ 3

デシジョン・ツリー

- ▶ 選ぶ基準
 - ▶ 最も良い結果が一番良いものを選ぶ → A
 - ▶ 最も悪い結果が一番良いものを選ぶ → B
 - ▶ 期待値で選ぶ
 - ▶ $E(A) = 1 \times 0.5 - 0.2 \times 0.5 = 0.4$
 - ▶ $E(B) = 0.3$
 - ▶ $E(A) > E(B)$ なのでAを選ぶ



- ▶ 期待値で選んでよいのか？

▶ 4

聖ペテルスブルグのパラドックス

どちらかを選べ

- ▶ X: 歪みのないコインを表が出るまで投げ続ける。1回目で表が出れば2万円、2回目なら4万円、3回目なら8万円、n回目なら 2^n 万円を受け取る。

- ▶ Y: 常にy万円もらえる

$$E(X) = (\frac{1}{2})2 + (\frac{1}{4})4 + \dots + (\frac{1}{2})^n 2^n + \dots = 1 + 1 + \dots + 1 + \dots = \infty$$

$$E(Y) = y$$

- ▶ このとき、yが有限である限り、 $E(X) > E(Y)$ であるから、人は常にXを選ぶ
- ▶ この結果は直感的におかしい
- ▶ どう考えるべきか？

▶ 5

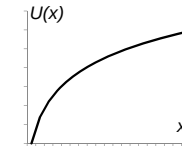
ベルヌイ(Bernoulli)の解答

- ▶ 金額ではなく、金額への評価(効用)の期待値で選ぶ、と考える

- ▶ $U(x) = \log(x)$ とする

- ▶ 限界効用逓減

- ▶ XとYの効用の期待値は



$$\begin{aligned} EU(X) &= (\frac{1}{2})\log 2 + (\frac{1}{4})\log 4 + \dots + (\frac{1}{2})^n \log 2^n + \dots \\ &= \{\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots\} \log 2 \\ &= 2 \log 2 = \log 4 \end{aligned}$$

$$E(Y) = \log(y)$$

- ▶ Yの値に応じて選択は変わる → ごもっとも！

▶ 6

期待効用仮説(テキスト、p.27)

- ▶ 期待効用(expected utility): 効用の期待値

$$E(U) = \sum p_i \cdot u_i$$

- ▶ 期待効用を最大化する選択肢を選ぶ

- ▶ $P \succsim Q \Leftrightarrow u(P) \geq u(Q)$. $u(P), u(Q)$ は期待効用

- ▶ 期待効用仮説が成り立つ効用関数が存在するための条件: 選好関係が次の条件を満たすこと

- ▶ 完備性: すべての選択対象xとyに対して次が必ず成り立つ:
 $x \succeq y$ または $y \succeq x$

- ▶ 推移性: x、y、zに対して

$$x \succeq y \text{ かつ } y \succeq z \rightarrow x \succeq z$$

- ▶ 独立性: $P \succsim Q$ ならば任意の確率pに対して

$$pP + (1-p)R \succsim pQ + (1-p)R$$

- ▶ 連続性: $P \succsim Q \succeq R$ なら、 $pP + (1-p)R$ と Q が無差別になる確率pが存在する

▶

- ▶ 選好順序が期待効用仮説を満たすとき、効用関数 $u(x)$ を正1次変換して新たに作った効用関数 $v(x)$ の選好順序も期待効用仮説を満たす。

- ▶ $v(x) = au(x) + b$ a, b は定数で $a > 0$.

- ▶ 要するに、効用関数を正1次変換しても選択の結果は不変

- ▶ ベイジアン仮説

- ▶ 意思決定者が主観的に予想した確率(主観的確率)による期待効用が最大になるよう、意思決定者は選択する。

- ▶ 確率は主観確率でよい、と考える

▶ 8

期待効用仮説は心理学の動機づけ理論ともある程度符合する

達成動機の「期待理論」(Atkinsonら)

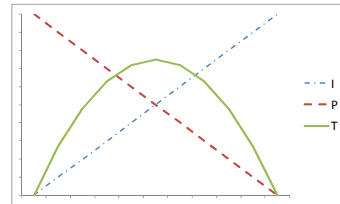
- ▶ T: 成功達成傾向の強さ M: 成功達成動機
- ▶ P: 課題が成功する期待 (主観確率) I: 成功の誘因価
- ▶ $T = V \times P$ ただし $V = M \times I$
- ▶ 非成功時の効用を0とおけば、上式は期待効用仮説

右図

Mを一定とする

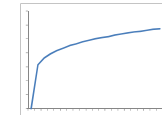
$I = 1 - P$

■ 達成傾向は、成功確率(課題の困難さの低さ)が中位のと
き、より高い



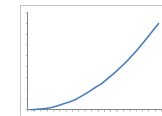
▶ 9

効用関数の型



2 選択枝

- ▶ P: 確率1/2で1万円、1/2で何ももらえない
- ▶ Q: 確実に5千円もらえる

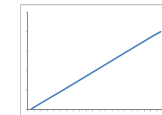


▶ リスク回避型: $Q \succsim P$

- ▶ 上に凸
- ▶ リスクを避けて確実な選択枝を選ぶ

▶ リスク選択型: $P \succsim Q$

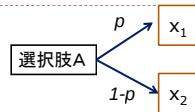
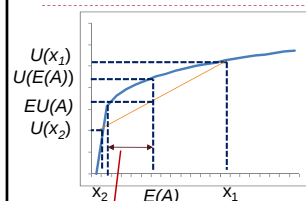
- ▶ 上に凹 (下に凸)
- ▶ リスクを含む選択枝を好む



▶ リスク中立型: PとQは無差別

▶ 10

リスク回避型の効用関数



リスク
プレミア ρ

$$E(A) = px_1 + (1-p)x_2$$

$U(E(A))$: 富の期待値の効用

$$EU(A) = pu(x_1) + (1-p)u(x_2): \text{期待効用}$$

リスク回避型効用関数の場合、 $U(E(A)) > EU(A)$

$\Rightarrow$ リスクを回避するために支出する余地がある

$$U(E(A) - \rho) = EU(A) \text{ となる } \rho > 0 \text{ がある}$$

▶ 11

掛け捨て保険の例

- ▶ I: 現財産、D: 可能な損害額
- ▶ 保険料Qを掛け捨てで払えば、損害が生じても $I - Q$ の財産は保障してくれる
- ▶ 期待財産は 保険非加入 > 保険加入
- ▶ このとき、人は保険に入るか?
- ▶ もし保険加入者が平均的に得をするなら、保険会社は儲からないはずだ。
 - ▶ では保険に加入する人は不合理か?
- ▶ 期待効用理論では、入る場合あり
 - ▶ 効用関数が危険回避的 (上方に凸)

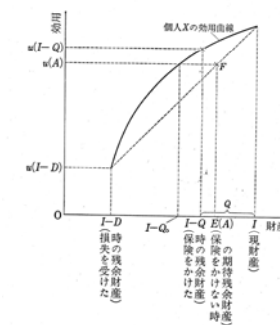
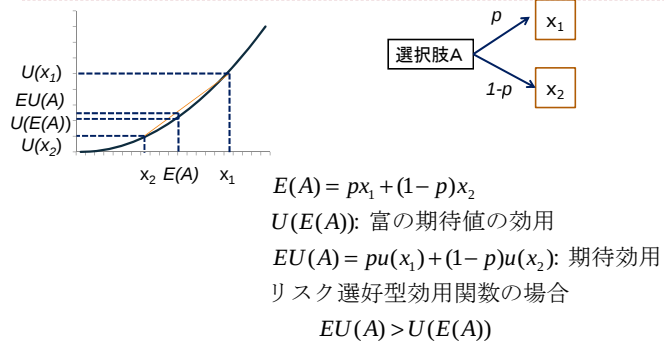


図 1-3 保険を掛けるという行動を説明する上方に凸な効用曲線

▶

リスク選好型の効用関数



▶ 13

賭けの場合

- ▶ もし賭けの胴元が儲かるなら、賭けをする人は平均的に損をするはずだ。
- ▶ では、賭けをする行動は不合理か？
- ▶ 人はなぜ賭けをすることがあるのか？
- ▶ 1つの解答
 - ▶ 効用関数が下方に凸（危険選好的）
- ▶ では、人は保険に入りつつ賭けをすることはあるのか？
- ▶ どのように説明できるのか？

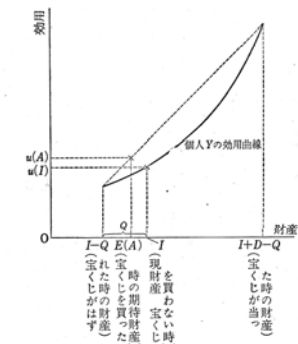


図 1-4 宝くじを買うという行動を説明する下方に凸な効用関数

▶

□ 今日はおしまい

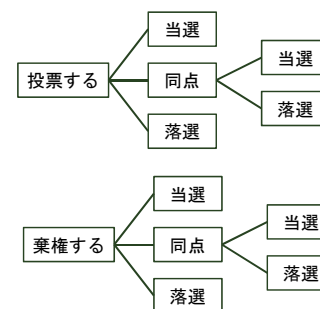
□ 次回までに：テキスト第2章の練習問題に目を通しておくこと



▶ 15

意思決定の例：投票か棄権か（1）

- ▶ 自分が推す候補に投票するか、棄権するか？
- ▶ 候補者は「同点」でも何らかの方法で当落が決まる、と仮定
- ▶ このとき、投票するか棄権するか意思決定をどのようにモデル化するか？



▶ 16