



●選択と意思決定(2)

ゲーム理論入門

火曜 2限

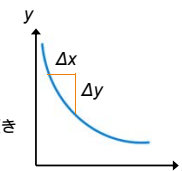
2012.10.16

高木英至

1

前回のQuizについて

- ▶ Q 1 . 自分で経験する範囲で、ゲームの状況の例をあげよ。その例はなぜ「ゲーム的」かを述べること。
 - ▶ 基本的に、良い回答だった
 - ▶ ただし、ゲームの状況でない回答もあり（相手との相互依存性がない）
 - ▶ レストランでメニューを決める
 - ▶ 宝くじを買う
 - ▶ ただし、「自然」や「偶然」相手のゲーム、と見ることでもある
- ▶ Q 2 . 無差別曲線が左下に凸であることには、どんな意味があるか？
 - ▶ 正解：限界代替率の通減
 - ▶ 各自で調べること（テキストの範囲外）
 - 無差別曲線の傾き = $\frac{dy}{dx}$
 - (yに対するxの)限界代替率 = $-\frac{\Delta y}{\Delta x} = -$ 無差別曲線の傾き
 - xの消費が高まるほど限界代替率は低下する（限界代替率通減）



▶ 2

- ▶ Q 3 . 今日の授業で分らなかったこと、もしくは疑問に思ったこと

- ▶ いろいろあったが多かったのは
 - ▶ 無差別曲線
 - ▶ 序数的効用と基数的効用の違い
 - ▶ 聖ペテルスブルグのパラドックス

- ▶ 心理学でよく使う言葉(測定論)を用いれば

	順序	単位	原点	例
名義尺度 Nominal scale	×	×	×	職業、性別
順序尺度 Ordinal scale	○	×	×	好きな順番、 序数的効用
間隔尺度 Interval scale	○	○	×	温度、性格検査のスコア、 基数的効用
比例尺度 Ratio scale	○	○	○	長さ、質量

▶ 3

本日の内容

- ▶ 選択と意思決定(2)
- ▶ テキスト第2章
- ▶ 不確実性の下での意思決定(選択)
 - ▶ デシジョン・ツリー
- ▶ 期待効用最大化仮説
 - ▶ ベイジアン仮説
 - ▶ 動機づけ理論(心理学)
- ▶ リスク回避とリスク選好

▶ 4

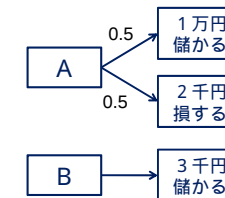
不確実性下の意思決定

- ▶ 前回：意思決定 → 効用（関数）
- ▶ 選択対象：A、B
- ▶ 確実な場合
 - ▶ どちらを選ぶか？ → Aを選ぶに決まっている
 - ▶ A：1万円儲かる
 - ▶ B：5千円儲かる
- ▶ 不確実性が入ると？
 - ▶ どちらを選ぶか？
 - ▶ A：確率1/2で1万円儲かり、確率1/2で2千円損する
 - ▶ B：必ず3千円儲かる

▶ 5

デシジョン・ツリー

- ▶ 選ぶ基準
 - ▶ 最も良い結果が一番良いものを選ぶ → A
 - ▶ 最も悪い結果が一番良いものを選ぶ → B
 - ▶ 期待値で選ぶ
 - ▶ $E(A) = 1 \times 0.5 - 0.2 \times 0.5 = 0.4$
 - ▶ $E(B) = 0.3$
 - ▶ $E(A) > E(B)$ なのでAを選ぶ



- ▶ 期待値で選んでよいのか？

▶ 6

聖ペテルスブルグのパラドックス

- ▶ どちらかを選べ
 - ▶ X: 歪みのないコインを表が出るかで投げ続ける。1回目で表が出れば2万円、2回目なら4万円、3回目なら8万円、n回目なら 2^n 万円を受け取る。
 - ▶ Y: 常にy万円もらえる
- $$E(X) = (\frac{1}{2})2 + (\frac{1}{4})4 + \dots + (\frac{1}{2})^n 2^n + \dots = 1 + 1 + \dots + 1 + \dots = \infty$$
- $$E(Y) = y$$
- ▶ このとき、yが有限である限り、 $E(X) > E(Y)$ であるから、人は常にXを選ぶ
 - ▶ この結果は直感的におかしい
 - ▶ どう考えるべきか？

▶ 7

ベルヌイ(Bernoulli)の解答

- ▶ 金額ではなく、金額への評価（効用）の期待値で選ぶ、と考える
 - ▶ $U(x) = \log(x)$ とする
 - ▶ 限界効用逓減
- ▶ XとYの効用の期待値は

$$EU(X) = (\frac{1}{2})\log 2 + (\frac{1}{4})\log 4 + \dots + (\frac{1}{2})^n \log 2^n + \dots$$

$$= \{\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots\} \log 2$$

$$= 2 \log 2 = \log 4$$

$$E(Y) = \log(y)$$
- ▶ Yの値に応じて選択は変わる → ごもっとも！

▶ 8

期待効用仮説 (テキスト、p.27)

- ▶ 期待効用 (expected utility) : 効用の期待値

$$E(U) = \sum p_i \cdot u_i$$

- ▶ 期待効用を最大化する選択肢を選ぶ

- ▶ $P \succsim Q$ $u(P) \geq u(Q)$. $u(P), u(Q)$ は期待効用

- ▶ 期待効用仮説が成り立つ効用関数が存在するための条件 : 選好関係が次の条件を充たすこと

- ▶ 完備性 : すべての選択対象 x と y に対して次が必ず成り立つ :
 $x \succsim y$ または $y \succsim x$

- ▶ 推移性 : x, y, z に対して

$$x \succsim y \text{ かつ } y \succsim z \rightarrow x \succsim z$$

- ▶ 独立性 : $P \succsim Q$ ならば任意の確率 p に対して

$$pP + (1-p)R \succsim pQ + (1-p)R$$

- ▶ 連続性 : $P \succsim Q \succsim R$ なら、 $pP + (1-p)R$ と Q が無差別になる確率 p が存在する

▶

- ▶ 選好順序が期待効用仮説を充たすとき、効用関数 $u(x)$ を正 1 次変換して新たに作った効用関数 $v(x)$ の選好順序も期待効用仮説を充たす。

- ▶ $v(x) = au(x) + b$ a, b は定数で $a > 0$.

- ▶ 要するに、効用関数を正 1 次変換しても選択の結果は不変

- ▶ ベイジアン仮説

- ▶ 意思決定者が主観的に予想した確率 (主観的確率) による期待効用が最大になるよう、意思決定者は選択する。

- ▶ 確率は主観確率でよい、と考える

▶ 10

期待効用仮説は心理学の動機づけ理論ともある程度符合する

- ▶ 達成動機の「期待理論」(Atkinsonら)

- ▶ T: 成功達成傾向の強さ M: 成功達成動機

- ▶ P: 課題が成功する期待 (主観確率) I: 成功の誘因価

- ▶ $T = V \times P$ ただし $V = M \times I$

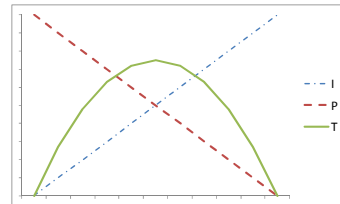
- ▶ 非成功時の効用を 0 とおけば、上式は期待効用仮説

右図

M を一定とする

$$I = 1 - P$$

■ 達成傾向は、成功確率 (課題の困難さの低さ) が中位のとき、より高い



▶ 11

効用関数の型

- ▶ 2 選択肢

- ▶ P: 確率 1/2 で 1 万円、1/2 で何ももらえない

- ▶ Q: 確実に 5 千円もらえる



- ▶ リスク回避型: $Q \succsim P$



- ▶ 上に凸
▶ リスクを避けて確実な選択肢を選ぶ



- ▶ リスク選好型: $P \succsim Q$

- ▶ 上に凹 (下に凸)

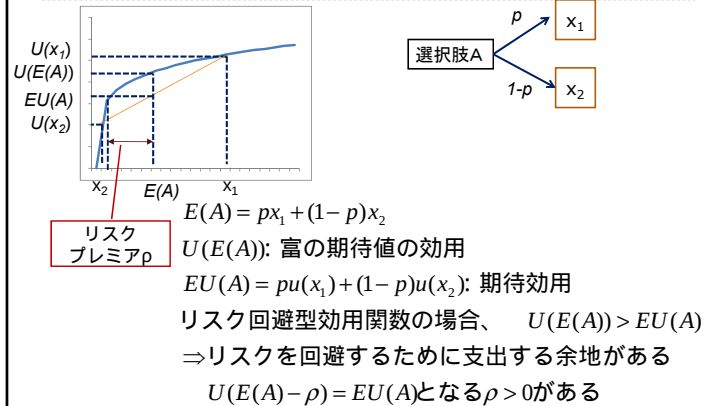
- ▶ リスクを含む選択肢を好む



- ▶ リスク中立型: P と Q は無差別

▶ 12

リスク回避型の効用関数



▶ 13

掛け捨て保険の例

- ▶ I: 現財産、D: 可能な損害額
- ▶ 保険料Qを掛け捨てで払えば、損害が生じても $I - Q$ の財産は保障してくれる
- ▶ 期待財産は 保険非加入 > 保険加入
- ▶ このとき、人は保険に入るか？
- ▶ もし保険加入者が平均的に得をするなら、保険会社は儲からないはずだ。
- ▶ では保険に加入する人は不合理か？
- ▶ 期待効用理論では、入る場合あり
- ▶ 効用関数が危険回避的（上方に凸）

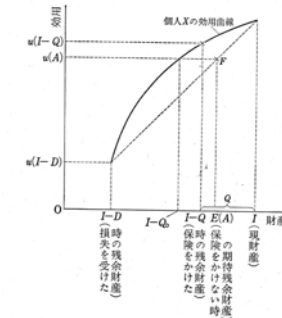
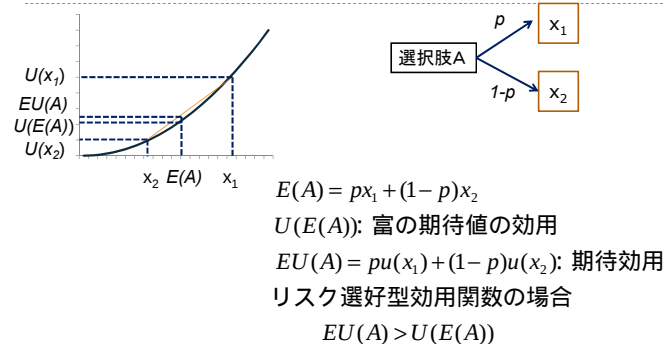


図 1-3 保険を掛けるという行動を説明する上方に凸な効用曲線

▶

リスク選好型の効用関数



▶ 15

賭けの場合

- ▶ もし賭けの胴元が儲かるなら、賭けをする人は平均的に損をするはずだ。
- ▶ では、賭けをする行動は不合理か？
- ▶ 人はなぜ賭けをすることがあるのか？
- ▶ 1つの解答
- ▶ 効用関数が下方に凸（危険選好的）
- ▶ では、人は保険に入りつつ賭けをするのはあるのか？
- ▶ どのように説明できるのか？

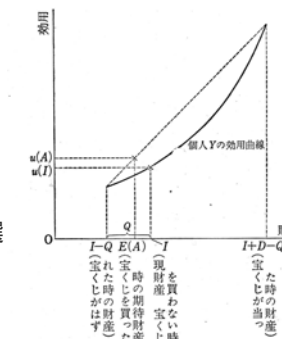


図 1-4 宝くじを買うという行動を説明する下方に凸な効用関数

▶

□ 今日はおしまい

□ 次回までに：テキスト第2章の練習
問題に目を通しておくこと

