



●非協力ゲーム(2)

ゲーム理論入門

火曜 2限 2012.11.06

高木英至

1

授業スケジュール

- ▶ 本日(11/6)：非協力ゲームの例示
 - ▶ 前回Quizの解説
 - ▶ テキスト第3章 3、4
 - ▶ クールノー寡占市場
 - ▶ 公共財の供給
- ▶ 次回(11/13)
 - ▶ テキスト第4章
 - ▶ ナッシュ均衡点
- ▶ その次(11/20)
 - ▶ 冒頭は講義
 - ▶ 1時間で中間試験

▶ 2

中間試験について

- ▶ 11/20:中間試験(1時間を想定)
- ▶ 持ち込みは不可
- ▶ 出題範囲：授業で扱った範囲
- ▶ 出題
 - ▶ 用語解説問題
 - ▶ テキストの練習問題に類似した問題
 - ▶ その他、授業内容の理解度を示す問題

▶ 3

前回Quiz Q1

Q1. 2人(プレイヤー1とプレイヤー2)が同じ部屋に同居していて、それぞれ、「掃除をする」と「掃除をしない」の2選択肢を持つとする。2人には次のような状況があるでしょう。

- 1) 1人が掃除をすると部屋がきれいになり、両者それぞれに利益2が生じる。2人とも掃除をすれば、部屋はさらにきれいになり、両者の利益はともに4である。
- 2) しかし掃除をしたプレイヤーには3の費用(-3)が生じる。

このとき、両者間の2×2のゲームの利得表を描け。

正解率 85%

		B	
		掃除	しない
A	掃除	1, 1	-1, 2
	しない	2, -1	0, 0

▶ 4

前回Quiz Q2(不明点)

▶ 練習問題2-3についてが4件

▶ 他は少ない

関数 $f(x)$ が閉区間 I で凸関数(下に凸の関数)である

⇕

I に属する2点 (x_1, x_2) と実数 $p(0 \leq p \leq 1.0)$ に対して常に

$$f(px_1 + (1-p)x_2) \leq pf(x_1) + (1-p)f(x_2)$$

[$\leq$ が $<$ のとき、 I で $f(x)$ は狭義の凸]

$f(x)$ を $u(x)$ とおけば、凸関数である $u(x)$ は危険選好的

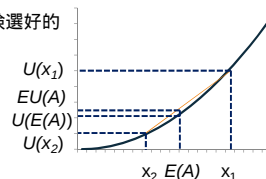
$$E(A) = px_1 + (1-p)x_2$$

$U(E(A))$: 富の期待値の効用

$$EU(A) = pu(x_1) + (1-p)u(x_2): \text{期待効用}$$

リスク選好型効用関数の場合

$$EU(A) > U(E(A))$$



▶ 5

関数 $f(x)$ が閉区間 I で凹関数(上に凸の関数)である

⇕

I に属する2点 (x_1, x_2) と実数 $p(0 \leq p \leq 1.0)$ に対して常に

$$f(px_1 + (1-p)x_2) \geq pf(x_1) + (1-p)f(x_2)$$

[$\geq$ が $>$ のとき、 I で $f(x)$ は狭義の凹]

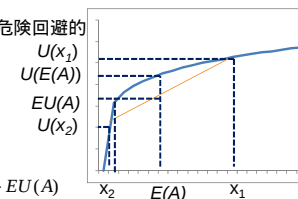
$f(x)$ を $u(x)$ とおけば、凹関数である $u(x)$ は危険回避的

$$E(A) = px_1 + (1-p)x_2$$

$U(E(A))$: 富の期待値の効用

$$EU(A) = pu(x_1) + (1-p)u(x_2): \text{期待効用}$$

リスク回避型効用関数の場合、 $U(E(A)) > EU(A)$



▶ 6

練習問題2-3の場合

効用関数は $u(x) = \sqrt{x}$.

x の任意の2点を $x_1, x_2 (x_1 > x_2 \geq 0)$ として,

$$u(E(A)) = u(px_1 + (1-p)x_2) = \sqrt{px_1 + (1-p)x_2}$$

$$E(u(A)) = pu(x_1) + (1-p)u(x_2) = p\sqrt{x_1} + (1-p)\sqrt{x_2}$$

計算すれば、 $u(E(A))^2 - E(u(A))^2 > 0$ が得られるから,

$u(E(A)) > E(u(A))$. $\Rightarrow u(x)$ は凹であり、危険回避的.

もし効用関数が $u(x) = x^2$ なら、 $u(E(A)) < E(u(A))$ が得られる.

$\Rightarrow u(x)$ は凸であり、危険選好的.

つまり効用関数は凹(上に凸)であり、危険回避的.

▶ 7

混合戦略

▶ 混合戦略 (mixed strategy)

▶ 確率的に行動を選択する戦略

▶ 純戦略 (pure strategy)

▶ 1つの行動を確率1で選ぶ戦略

▶ 例: $[p, 1-p] \sim$ [左の確率, 右の確率]とすると

▶ キーパー $[1/2, 1/2]$ 、キッカー $[1/3, 2/3]$ なら:

▶ キーパーの期待利得 $= 1 \times 1/6 + (-1) \times 1/6 + 2/6 \times (-1) + 2/6 \times 1 = 0$

▶ キッカーの期待利得は0

▶ キーパーの期待利得も0

		キッカー	
		左(1/3)	右(2/3)
キーパー	左(1/2)	1/6, 2/6	
	右(1/2)	1/6, 2/6	
		キッカー	
		左	右
キーパー	左	1, -1	-1, 1
	右	-1, 1	1, -1

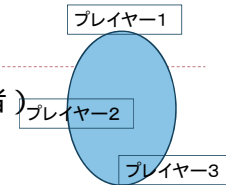
▶ 8

混合戦略の意味

- ▶ 確率的選択
- ▶ 相手の選択確率に対するプレイヤーの予想
- ▶ 集団分布
 - ▶ 確率 = 各選択肢を選択するプレイヤーの分布

▶ 9

デモ：漁獲ゲーム

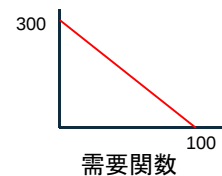


- ▶ 3 プレイヤー（3つの魚獲り業者）
- ▶ 海に共有の資源（魚）
 - ▶ 資源量の最大値は1000
- ▶ 共有資源の変化
 - ▶ 3社の漁獲量合計分だけ、共有資源は減る
 - ▶ しかし次の期までに、残った共有資源は3割増える
 - ▶ 共有資源は1000は超えない（それ以上増えない）
- ▶ プレイヤーの目標：自分の漁獲の累積量を最大化する
 - ▶ ただし1プレイヤーの漁獲量の最大値は200
- ▶ 同時手番

▶ 10

デモ：供給量決定ゲーム クールノー寡占市場

- ▶ 3 プレイヤー（3つの企業）
 - ▶ 3つの企業は同質の製品を供給
 - ▶ 企業iの供給量： q_i
- ▶ 需要関数 $p = a - b(q_1 + q_2 + q_3)$
 - ▶ $a = 300$, $b = 3$, $c = 50$
 - ▶ 生産費用は3社とも同じ、と仮定
- ▶ 企業iの利潤： $(p - c)q_i$
- ▶ ゲームのルール
 - ▶ 3つのプレイヤーが生産量（供給量）を決める
 - ▶ ただし $0 < q_i < 33$
 - ▶ 同時手番



▶ 11

デモ：公共財の供給

- ▶ 5人のプレイヤー
- ▶ 各プレイヤーは毎回、10の手持ち資金を持つ
- ▶ プレイヤー i が g_i を寄付すると、全員に aG の利益がある
 - ▶ $G = g_1 + g_2 + \dots + g_5$
 - ▶ $a = 1/2$
- ▶ 各プレイヤーの利得 $= 10 - g_i + aG$
- ▶ 各プレイヤーの選択：0 - 10の範囲の整数（寄付額）を申告する
- ▶ 同時手番
- ▶ 利得構造
 - ▶ 寄付はその額に見合う利益を自分にはもたらさない
 - ▶ しかし全体の寄付額が大きいくほど利益は高い

▶ 12

-
- 今日はおしまい
 - 次回までに：テキスト第4章を
読んでおくこと

