



●非協力ゲーム(3)

ゲーム理論入門

火曜 2限 2012.11.13

高木英至

1

授業スケジュール

- ▶ 本日(11/13)：ナッシュ均衡点
 - ▶ テキスト第4章 1～4 (p.74まで)
 - ▶ 最適応答
 - ▶ ナッシュ均衡点
- ▶ 4章と5章は併せて理解してほしい
 - ▶ 中間試験前はナッシュ均衡点の最初の理解までを問う
- ▶ 次回(11/20)：中間試験
 - ▶ 冒頭に授業
- ▶ 11/27：第5章
 - ▶ ジレンマゲーム
 - ▶ パレート最適性



▶ 2

中間試験について

- ▶ 11/20:中間試験
- ▶ 持ち込みは不可
- ▶ 出題範囲：授業で扱った範囲
- ▶ 出題
 - ▶ 用語解説問題
 - ▶ テキストの練習問題に類似した問題
 - ▶ その他、授業内容の理解度を示す問題

▶ 3

前回のQuiz

- ▶ Q1. デモとして行った供給量決定ゲームは、いかなる意味で「非協力ゲーム」であるか？説明せよ。
 - ▶ プレイヤー間で選択を合意しないゲーム
 - ▶ 「同時手番」や「利得の相互依存性」、「利得の競合性」は本質的でない
- ▶ Q2. 不明点
 - ▶ 大体、テキストに書いてあること
 - ▶ 供給量決定ゲーム(特に需要関数)が多かった
 - ▶ 質問、テキストを読む、時間をかけて自分で考える

▶ 4

最適応答とナッシュ均衡点

例3.1 ピザ店の顧客獲得競争ゲーム

- ▶ B店の「価格維持」に対する最適応答：A店の「値下げ」
- ▶ B店の「値下げ」に対する最適応答：A店の「値下げ」
- ▶ A店の「価格維持」に対する最適応答：B店の「値下げ」
- ▶ A店の「値下げ」に対する最適応答：B店の「値下げ」

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5, 5	3, 7
	値下げ	7, 3	5, 5

ナッシュ均衡点

- ▶ (値下げ、値下げ)、他になし
- ▶ 各プレイヤーは他プレイヤーの選択に対して最適応答をとっている

▶ 5

協調ゲーム

- ▶ 最適応答：矢印
- ▶ ナッシュ均衡点
 - ▶ (左側、左側) と (右側、右側)
- ▶ どの均衡点が実現するか？
 - ▶ 均衡選択の問題
 - ▶ 評判：多数の人と同じ側に立つ
 - ▶ フォーカル・ポイント
 - ▶ 利得以外の要素で均衡選択のヒントになるもの

		相手	
		左側	右側
自分	左側	2, 2	0, 0
	右側	0, 0	2, 2

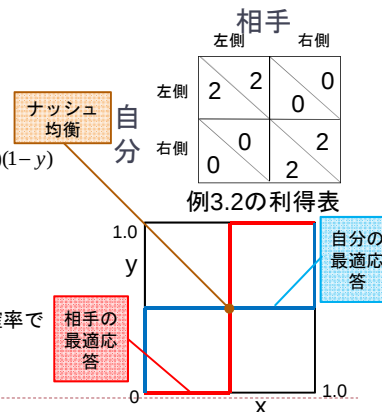
例3.2の利得表

▶ 6

協調ゲーム：混合戦略を考えたとき

混合戦略

- ▶ 自分 x : 左を選ぶ確率
 - ▶ $1-x$: 右を選ぶ確率
 - ▶ 相手 y : 左を選ぶ確率
 - ▶ $1-y$: 右を選ぶ確率
- 自分の期待利得 = $2xy + 2(1-x)(1-y)$
 $= 2[x(2y-1) + (1-y)]$.
- $y > 1/2 \rightarrow x=1$ が最適応答
 $y = 1/2 \rightarrow x$ は何でもよい
 $y < 1/2 \rightarrow x=0$ が最適応答
- 自分と相手が右と左を1/2の確率で選ぶことも、ナッシュ均衡点
 (双方の期待利得=1)



▶ 7

男性と女性の争い

- ▶ ナッシュ均衡点、2つ
 - ▶ (野球、野球)
 - ▶ (バレー、バレー)
- ▶ 他に、混合戦略のナッシュ均衡点あり

		女性	
		野球	バレー
男性	野球	2, 1	0, 0
	バレー	0, 0	1, 2

例3.3の利得表

▶ 8

タカ・ハト・ゲーム（チキン・ゲーム）

▶ ナッシュ均衡点

- ▶ （タカ、ハト）
- ▶ （ハト、タカ）
- ▶ ハトになった方が「弱虫」

▶ 他に、混合戦略のナッシュ均衡点あり

		相手	
		ハト	タカ
自分	ハト	2, 2	1, 3
	タカ	3, 1	0, 0

例3.4の利得表
チキン・ゲームと同じ

▶ 9

ナッシュ均衡点の定義

戦略形 n 人ゲーム

S_i : プレイヤー i の戦略集合

(純戦略の集合でも混合戦略の集合でもよい)

$s = (s_1, \dots, s_n)$: n 人のプレイヤーの戦略の組

$f_i(s)$: s に対するプレイヤー i の利得

定義4.1

$s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ がナッシュ均衡点であるとは、すべてのプレイヤー i のすべての戦略 $s_i \in S_i$ に対して、

$$f_i(s^*) \geq f_i(s^* / s_i) \quad \text{であるときである。}$$

s^* / s_i : s_i でプレイヤー i の戦略だけを s_i に取り換えたもの

▶ 10

ナッシュ均衡点の性質

- ▶ 他のプレイヤーが均衡戦略をとる限り、すべてのプレイヤーにとって均衡戦略をとることが最適である。
- ▶ どのプレイヤーも自分だけで均衡戦略を変えようとはしない。

▶ ナッシュの定理

- ▶ 純戦略の数が有限な戦略形 n 人ゲームは、混合戦略を含めて考えると、少なくとも1つのナッシュ均衡点を持つ

		相手	
		ハト	タカ
自分	ハト	2, 2	1, 3
	タカ	3, 1	0, 0

▶ 11

均衡点の2つの考え方

▶ 合理的均衡

- ▶ ナッシュ均衡点はプレイヤーの合理的な行動を示すゲームの解である
- ▶ プレイヤーは他のプレイヤーの戦略を予想し、ゲームの均衡点を計算できると仮定する

▶ 集団均衡

- ▶ 母集団から抽出されたプレイヤーがゲームを繰り返しプレイするときの、集団の均衡状態
- ▶ 進化ゲーム理論の考えにつながる

▶ 12

混合戦略のナッシュ均衡点の求め方：

男性と女性の争い

女性の混合戦略($y, 1-y$)

y ：野球を選択する確率

男性の期待利得は：

(1)野球を選択 $2 \times y + 0 \times (1-y) = 2y$

(2)パレエを選択 $0 \times y + 1 \times (1-y) = 1-y$

男性が野球を選択するのが最適であるのは

$2y > 1-y$ $y > 1/3$

つまり、男性の最適応答 x^* は、

$x^* = 1$ if $1/3 < y \leq 1$

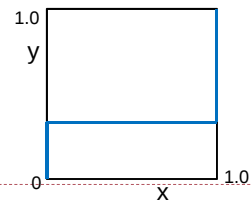
$0 \leq x^* \leq 1$ if $y = 1/3$

$x^* = 0$ if $0 \leq y < 1/3$.

女性

	野球	パレエ
男性	野球	パレエ
野球	2 1	0 0
パレエ	0 0	1 2

例3.2の利得表



▶ 13

混合戦略のナッシュ均衡点の求め方：

男性と女性の争い

男性の混合戦略($x, 1-x$)

x ：野球を選択する確率

女性の期待利得は：

(1)野球を選択 $1 \times x + 0 \times (1-x) = x$

(2)パレエを選択 $0 \times x + 2 \times (1-x) = 2-2x$

女性が野球を選択するのが最適であるのは

$x > 2-2x$ $x > 2/3$

つまり、女性の最適応答 y^* は、

$y^* = 1$ if $2/3 < x \leq 1$

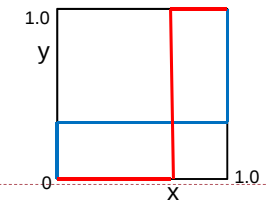
$0 \leq y^* \leq 1$ if $x = 2/3$

$y^* = 0$ if $0 \leq x < 2/3$.

女性

	野球	パレエ
男性	野球	パレエ
野球	2 1	0 0
パレエ	0 0	1 2

例3.2の利得表



▶ 14

▶ 3つのナッシュ均衡点

▶ $(x^* = 0, y^* = 0)$

▶ $(x^* = 1, y^* = 1)$

▶ $(x^* = 2/3, y^* = 1/3)$

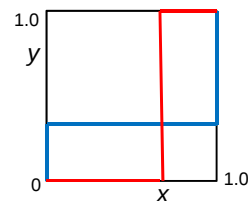
▶ このとき、

▶ 男性の期待利得 = $2/3$

▶ 女性の期待利得 = $2/3$

▶ 定理4.1

▶ 混合戦略のナッシュ均衡点では、プレイヤーが正の確率で選択する純戦略は同じ期待利得をもたらす



▶ 15

□ 今日はおしまい

□ 次回(11/20)は中間試験です

□ 第4章の練習問題に目を通しておくといいです

□ 次々回(11/27)

□ テキスト第5章を読んでおいてください。若干、第4章を補足します



▶ 16