



●非協力ゲーム(5)

ゲーム理論入門

火曜 2限 2012.11.27

高木英至

1

授業スケジュール

- ▶ 本日(11/27)
 - ▶ 第4章の残り
 - ▶ マックス・ミニ戦略
 - ▶ 第5章
 - ▶ 囚人のジレンマ
 - ▶ パレート最適性
- ▶ 次回(12/03):
 - ▶ 残りの第5章部分
 - ▶ 繰り返し囚人のジレンマ
 - ▶ 第7章の1
 - ▶ 第7章全体は、次年度授業『ゲーム理論』で扱う。



▶ 2

■ マックスミニ戦略(1)

▶ ゼロ和ゲーム

- ▶ 片方のプレイヤーの利得が分れば他方のプレイヤーの利得も分る

▶ 例: 右図

- ▶ A店
 - ▶ 行プレイヤー
 - ▶ 最大化プレイヤー
- ▶ B店
 - ▶ 列プレイヤー
 - ▶ 最小化プレイヤー

▶ ナッシュ均衡点 = 鞍点

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5 / 7	3 / 5
	値下げ	7 / 3	5 / 5

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5	3
	値下げ	7	5

▶ 3

■ マックスミニ戦略(2)

▶ A店(行プレイヤー)

- ▶ 「価格維持」戦略の保証水準 = $\min(5, 3) = 3$

- ▶ 「値下げ」戦略の保証水準 = $\min(7, 5) = 5$

▶ マックスミニ戦略

- ▶ 保証水準を最大にする戦略
- ▶ 値下げ
- ▶ マックスミニ利得 = 5

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5	3
	値下げ	7	5

▶ 4

マックスミニ戦略 (3)

- ▶ B店(列プレイヤー)
- ▶ 「価格維持」戦略の保証水準 = $\max(5, 7) = 7$
- ▶ 「値下げ」戦略の保証水準 = $\max(3, 5) = 5$
- ▶ ミニマックス戦略
 - ▶ 保証水準を最小にする戦略
 - ▶ 値下げ
 - ▶ ミニマックス利得 = 5

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5	3
	値下げ	7	5

▶ 5

マックスミニ戦略 (4)

- ▶ 2人のプレイヤーがそれぞれ、マックスミニ戦略とミニマックス戦略をとるとき、ナッシュ均衡点の実現する
- ▶ この例では、マックスミニ利得 = ミニマックス利得

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5	3
	値下げ	7	5

▶ 6

マックスミニ戦略 (5)

- ▶ 定理 4.3 ゼロ和2人ゲームにおいて、マックスミニ戦略とミニマックス戦略の組合せがナッシュ均衡点であるための必要十分条件は、
 - ▶ マックスミニ利得 = ミニマックス利得

- ▶ 定理 4.4 (ミニマックス定理) ゼロ和2人ゲームにおいて、混合戦略によるマックスミニ利得とミニマックス利得は等しい

▶ 7

■ 囚人のジレンマ：由来

- ▶ Prisoners' Dilemma
 - ▶ 略してPD
- ▶ 2人の容疑者
 - ▶ 別々に取り調べ
- ▶ 状況
 - ▶ 黙秘すれば両者とも軽い罪
 - ▶ しかし自白すれば自分の罪は軽くなる (自白しないと罪が重くなる)
 - ▶ 両者が自白すると両方とも馬鹿を見る
- ▶ 利得
 - ▶ 自白が支配的戦略
 - ▶ しかし (自白、自白) より (黙秘、黙秘) が両容疑者にとって望ましい

		囚人2	
		黙秘	自白
囚人1	黙秘	1年 / 1年	3ヵ月 / 10年
	自白	10年 / 3ヵ月	8年 / 8年

		囚人2	
		黙秘	自白
囚人1	黙秘	5 / 5	6 / -4
	自白	-4 / 6	-3 / -3

▶ 8

囚人のディレンマ：別の例

- 例：2人の同居人(A,B)が掃除をするか(C)しないか(D)を選択する

- 1人が掃除をすると部屋がきれいになり、両者に利益2が生じる
- しかし掃除をすると-3の費用が生じる
- このとき、両者は掃除をするか、しないか？

		B	
		C ₂	D ₂
A	C ₁	1, 1	2, -1
	D ₁	-1, 2	0, 0

▶ 9

- このとき、両者が独立に判断するなら、両者ともに掃除はしない(D D)

- 部屋は汚くなる
- 共同の部屋はしばしば、管理に失敗する
- D Dはナッシュ均衡点
 - 独立に行動するなら、相互に自己の利得を向上できない
- しかしD Dは非効率的
 - 両者が掃除をすれば、ともに利得を上げられる

		B	
		C ₂	D ₂
A	C ₁	1, 1	2, -1
	D ₁	-1, 2	0, 0

▶ 10

囚人のディレンマ：公式には

- 公式には次の2つの条件からなる

- (1) $T_i > R_i > P_i > S_i$ ($i = 1, 2$)

- a. D_iは支配的戦略: $T_i > R_i$ かつ $P_i > S_i$ ($i = 1, 2$)
 - 相手の選択にかかわらず、CよりDの選択が有利
- b. 均衡解(D₁D₂)は非効率的(deficient):
 - $R_i > P_i$ ($i = 1, 2$)
 - D₁D₂よりC₁C₂が双方にとって有利
- a かつ b (1)
- c. 優越的戦略(D)の選択は相手に損害を与える
 - $R_i > S_i$ かつ $T_i > P_i$ ($i = 1, 2$)
- a かつ b c

		C ₂ D ₂	
C ₁	R ₁	R ₂	T ₂
	S ₁	S ₂	P ₂
D ₁	T ₁	P ₁	S ₁

C: cooperation
D: defection

T: temptation
R: reward
P: punishment
S: sucker

- (2) すべての $k(0 < k < 1)$ に対して、
 $R_1 - kT_1 + (1-k)S_1$ or $R_2 - kS_2 + (1-k)T_2$
 - 振動解が存在しない

▶ 11

囚人のジレンマの遍在性(1)

- 与えるか与えないか

- 援助

- give: C
- not give: D

	Self Other	
give	0	2
not give	1	0

- 4つの状態

- give-give: 相互援助
- give-not give: 片方がもう片方を搾取
- not give-not give: 相互孤立

		Player 2	
		give	not give
Player 1	give	2, 2	3, 0
	not give	0, 3	1, 1

▶ 12

囚人のジレンマの遍在性(2)

自由貿易体制

- ▶ C : 自国の市場開放
- ▶ D : 自国の市場閉鎖
 - ▶ 障壁を作る
- ▶ C C : 自由貿易体制
- ▶ D D : 相互の保護主義

軍拡競争

- ▶ C : 軍縮
- ▶ D : 軍拡

		B	
		C ₂	D ₂
A	C ₁	1, 1	-1, 2
	D ₁	-1, 2	0, 0

▶ 13

例：前提を変えてみる

この状況は現実的であるか？

- ▶ 共同の部屋は必ず汚くなるか？

前提の変更

- ▶ 掃除をする人数が1人 → +3
- ▶ 掃除をする人数が2人 → +4
- ▶ 掃除をする人のコスト : -2

		B	
		C ₂	D ₂
A	C ₁	1, 1	-1, 2
	D ₁	-1, 2	0, 0

囚人のディレンマ (PD)

このときどうなるか？

- ▶ 右図
- ▶ 相手が掃除をすれば自分はしない
- ▶ 相手が掃除をしなければ自分はする
- ▶ チキン・ゲーム (chicken game)
- ▶ 公共財供給事態

		B	
		C ₂	D ₂
A	C ₁	2, 2	1, 3
	D ₁	1, 3	0, 0

チキン・ゲーム

▶ 14

2つの「合理性」

- ▶ Dは支配戦略
 - ▶ D Dは支配戦略均衡
 - ▶ → ナッシュ均衡点
 - ▶ 他の戦略の組合せはナッシュ均衡点ではない
- ▶ Dは**個人合理的な戦略**
- ▶ しかし、D DよりC Cの方が、両者の利得とも高い
- ▶ Cが**集団合理的な戦略**
- ▶ **集団合理性**
- ▶ → **パレート最適性**

		B	
		C ₂	D ₂
A	C ₁	1, 1	-1, 2
	D ₁	-1, 2	0, 0

▶ 15

パレート最適性

S_i : プレイヤー i の戦略集合

$f_i(s)$: 戦略の組 $s = (s_1, \dots, s_n)$ に対するプレイヤー i の利得
定義5.1

$s = (s_1, \dots, s_n)$ と $t = (t_1, \dots, t_n)$ に対して

すべてのプレイヤーにとって $f_i(s) > f_i(t)$

⇒ s は t よりパレート優位

s よりパレート優位な他の戦略の組がない

⇒ 戦略の組 s はパレート最適

▶ 16

再び、囚人のジレンマ

- ▶ パレート最適点とナッシュ均衡点が食い違うケース
- ▶ パレート最適
 - ▶ C C
 - ▶ C D
 - ▶ D C
- ▶ すべてのプレイヤーの利得の総和を最大にする戦略の組 → パレート最適

		B	
		C ₂	D ₂
A	C ₁	1, 1	-1, 2
	D ₁	-1, 2	0, 0

パレート最適点: (C₁, C₂)

ナッシュ均衡点: (D₁, D₂)

▶ 17

例3.1 ピザ店の顧客獲得競争ゲーム (pp.43-45)

- ▶ ナッシュ均衡点
 - ▶ (値下げ, 値下げ)
- ▶ パレート最適
 - ▶ すべての戦略の組
 - ▶ なぜなら、1人のプレイヤーの利得が上がればもう1人のプレイヤーの利得は下がる

		B店	
		価格維持	値下げ
A店	価格維持	5, 5	3, 7
	値下げ	7, 3	5, 5

▶ 18

例3.2 協調ゲーム

- ▶ ナッシュ均衡点
 - ▶ (右側, 右側) と (左側, 左側)
- ▶ パレート最適
 - ▶ (右側, 右側) と (左側, 左側)

		相手	
		左側	右側
自分	左側	2, 2	0, 0
	右側	0, 0	2, 2

例3.2の利得表

例3.3 男性と女性の争い

- ▶ ナッシュ均衡点
 - ▶ (野球, 野球) と (バレー, バレー)
- ▶ パレート最適
 - ▶ (野球, 野球) と (バレー, バレー)

		女性	
		野球	バレー
男性	野球	2, 1	0, 0
	バレー	0, 0	1, 2

例3.3の利得表

▶ 19

例3.4 タカ - ハト・ゲーム

- ▶ ナッシュ均衡点
 - ▶ (ハト, タカ) と (タカ, ハト)
- ▶ パレート最適
 - ▶ (ハト, タカ) と (タカ, ハト), (ハト, ハト)

		相手	
		ハト	タカ
自分	ハト	2, 2	1, 3
	タカ	3, 1	0, 0

例3.4の利得表

例3.5 ペナルティキック

- ▶ ナッシュ均衡点
 - ▶ 純戦略では存在せず
- ▶ パレート最適
 - ▶ すべての戦略の組

		キッカー	
		左	右
ゴールキーパー	左	1, -1	-1, 1
	右	-1, 1	1, -1

例3.5の利得表

▶ 20

-
- 今日はおしまい
 - テキスト第7章の1を読んでお
いてください

