



●非協力ゲーム(7)

ゲーム理論入門

火曜 2限 2012.12.11

高木英至

1

授業スケジュール

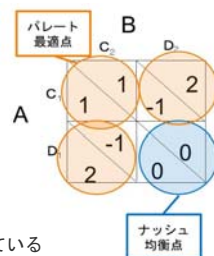
- ▶ 本日(12/11)
 - ▶ 前回Quizの解説
 - ▶ クールノー寡占市場
 - ▶ 公共財供給
 - ▶ 社会的ジレンマ
 - ▶ 時間があれば、第4章、5章の練習問題
- ▶ 次回(12/18)
 - ▶ 交渉ゲーム (テキスト第9章)
 - ▶ 1.2人交渉問題
 - ▶ 2.ナッシュの公理
- ▶ 次々回
 - ▶ 3.ナッシュ交渉解



▶ 2

前回のQuiz

- ▶ Q1. プレイヤーの利得の総和が最大になる戦略の組がパレート最適である理由はテキストのp.93に書いてある。では、総和が最大でないパレート最適な戦略の組とはどんな組かを述べよ。

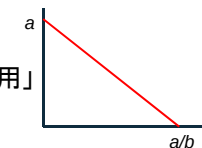


- ▶ 次のような場合は、パレート最適点は利得総和が最大の場合に限られるだろう。
 - ▶ 1. 利得が譲渡可能である
 - ▶ 2. 実現可能性の制約が利得総和で定義されている
 - ▶ 3. プレイヤー間で自由に利得の(再)分配ができる
- ▶ 例えば、次のクールノー寡占市場ゲーム

▶ 3

■クールノー寡占市場ゲーム(例3.6 pp.52-53)

- ▶ 2つ以上の(しかし少数の)企業が同じ製品を生産し、市場に供給する
 - ▶ 2企業の場合は「複占」
- ▶ q_i : 企業*i*の供給量
- ▶ 製品の価格*p*は総供給量($\sum q_i$)が大きいほど低くなる
 - ▶ $p = a - b \sum q_i$, $a, b > 0$. と仮定
 - ▶ (逆) 需要関数
- ▶ 企業*i*の利潤 π_i は「売上収入－生産費用」
 - ▶ $\pi_i = p q_i - c_i q_i$
- ▶ このとき、何が結果するか?
 - ▶ ナッシュ均衡は何か?



▶ 4

クールノー均衡：ナッシュ均衡点

(2人ゲームの場合)

p : 製品の価格 q_1 : 企業1の供給量 q_2 : 企業2の供給量

生産費用は両企業で等しいと仮定 $\Rightarrow c_1 = c_2 = c$.

市場の(逆)需要関数は、 $p = a - b(q_1 + q_2)$, $a, b > 0$

企業1の利潤関数 $f_1(q_1, q_2) = pq_1 - cq_1 = \{a - b(q_1 + q_2)\}q_1 - cq_1$
 $= -bq_1^2 + (a - c - bq_2)q_1$.

最適解(最適応答)は $\frac{df_1}{dq_1} = 0$ を満たすので、 $\frac{df_1}{dq_1} = -2bq_1 + (a - c - bq_2) = 0$.

したがって $q_1 = \frac{a - c - q_2}{2b}$, 同様に $q_2 = \frac{a - c - q_1}{2b}$

ナッシュ均衡解は両企業の最適応答がともに満たされる点であるから、この連立方程式の解となる。

この2つの式(連立方程式)を解くと

ナッシュ均衡(q_1^*, q_2^*)はクールノー均衡が得られる。

$$q_1^* = \frac{a - c}{3b}, \quad q_2^* = \frac{a - c}{3b}$$

ナッシュ均衡点

$$p^* = \frac{a + 2c}{3}$$

$$f_1(q_1^*, q_2^*) = \frac{(a - c)^2}{9b}$$

$$f_2(q_1^*, q_2^*) = \frac{(a - c)^2}{9b}$$

▶ 5

3人ゲームの場合

q_i : 企業*i*の供給量

生産費用は両企業で等しいと仮定 $\Rightarrow c_1 = c_2 = c_3 = c$.

市場の(逆)需要関数は、 $p = a - b(q_1 + q_2 + q_3)$, $a, b > 0$

企業1の利潤関数 $f_1(q_1, q_2, q_3) = pq_1 - cq_1 = \{a - b(q_1 + q_2 + q_3)\}q_1 - cq_1$
 $= -bq_1^2 + (a - c - bq_2 - bq_3)q_1$.

ナッシュ均衡解は $\frac{df_1}{dq_1} = 0, \frac{df_2}{dq_2} = 0, \frac{df_3}{dq_3} = 0$ の連立方程式の解になる。

クールノー均衡(ナッシュ均衡解)は、

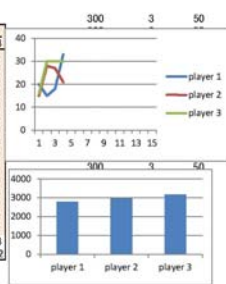
$$q_i^* = \frac{a - c}{4b}$$

$$f_i^* = \frac{(a - c)^2}{16b}$$

▶ 6

3人ゲームのクールノー寡占市場ゲーム (11/6のデモ)

	出荷量			販売価格			利益		
	player 1	player 2	player 3	player 1	player 2	player 3	player 1	player 2	player 3
1	20	15	18	51	147	1,940.0	1,455.0	1,552.0	
2	15	28	30	73	81	465.0	868.0	930.0	
3	18	27	30	75	75	450.0	675.0	750.0	
4	33	21	30	84	48	-66.0	-42.0	-60.0	
5				0	300	0.0	0.0	0.0	
6				0	300	0.0	0.0	0.0	
7				0	300	0.0	0.0	0.0	
8				0	300	0.0	0.0	0.0	
9				0	300	0.0	0.0	0.0	
10				0	300	0.0	0.0	0.0	
11				0	300	0.0	0.0	0.0	
12				0	300	0.0	0.0	0.0	
13				0	300	0.0	0.0	0.0	
14				0	300	0.0	0.0	0.0	
15				0	300	0.0	0.0	0.0	
	player 1 player 2 player 3								
	2789 2956 3173								



クールノー均衡では次となる。

$$q_i^* = \frac{a - c}{4b} = \frac{300 - 50}{4 \times 3} = 20.83 \dots$$

$$f_i^* = \frac{(a - c)^2}{16b} = 1302.083 \dots$$

▶ 7

クールノー寡占市場のパレート最適点 (2人ゲームの場合)

パレート最適な供給量は、両企業の利潤の和

$f_1(q_1, q_2) + f_2(q_1, q_2) = p(q_1 + q_2) - c(q_1 + q_2)$

を最大にする供給量の組である。 $q_1 + q_2 = q$ とすると、

利潤の和を最大にするのは

$$q = \frac{a - c}{2b}, \quad \text{このときの総利潤(独占利潤)は} \frac{(a - c)^2}{4b}.$$

利潤の和を最大にして両企業で分配するのがパレート最適

	総供給量	総利潤
クールノー均衡点	$\frac{2(a - c)}{3b}$	$\frac{2(a - c)^2}{9b}$
パレート最適点	$\frac{a - c}{2b}$	$\frac{(a - c)^2}{4b}$

競争がある場合(クールノー均衡)、独占的な場合(パレート最適点)に比べて、供給量は多く、企業の利潤は低くなる。

▶ 8

■ 公共財の供給(1)

100人の住民 $i(=1,2,\dots,100)$

g_i : 住民 i の寄付金額 ($0 \leq g_i \leq 10$)

住民 i の利得関数は

$$f_i(g_1, g_2, \dots, g_{100}) = 10 - g_i + a(g_1 + g_2 + \dots + g_{100}), \quad a > 0.$$

a : 限界便益

$f_i = 10 + (a-1)g_i + a(g_1 + \dots + g_{i-1} + g_{i+1} + \dots + g_{100})$ なので、
住民 i の最適応答は次となる。

$$\begin{cases} g_i = 10 & \text{if } 1 < a \\ 0 \leq g_i \leq 10 & \text{if } a = 1 \\ g_i = 0 & \text{if } 0 \leq a < 1 \end{cases} \Rightarrow \text{ただ乗り (free-riding)}$$

▶ 9

公共財の供給(2)

$$g = \sum_{i=1}^{100} g_i \quad \text{とおくと、100人の住民の利得の総和は}$$

$$\sum_{i=1}^{100} f_i = 1000 + (100a - 1)g$$

従って、 $a > 0.01$ なら、住民の利得の総和は全額(10万円)
寄付するときに最大となる (パレート最適)。

$1 > a > 0.01$ であることを前提に、

ナッシュ均衡点：全員が寄付ゼロ、利得は10

パレート最適点：全員が寄付10、利得は $1000a (> 10)$

▶ 10

公共財の供給(3)

▶ 【例】20人の社会

- ▶ C：公共財に投資する（寄付する）
- ▶ D：投資しない
- ▶ 公共財投資のコスト＝3、しかし1人が寄付すれば全員が1の利益を得る。

	自分以外のC選択者数				
	0	1	2	18	19
C	-2	-1	0	...	16
D	0	1	2	...	18

- ▶ Cを選ぶよりDを選ぶ (free-riding ただ乗りしようとする)。
- ▶ → 全員D (公共財は供給されない)

▶ 11

■ 社会的ジレンマ(Social Dilemma)

- ▶ ここまでの事例（囚人のジレンマ、クールノー寡占市場、公共財供給）は同じ構造を持つ
 - ▶ 個人合理性を追求するとナッシュ均衡点に至る
 - ▶ しかしナッシュ均衡点は集団合理的ではない（パレート最適点ではない）。つまり当事者全員にとってより良い状態に移行する余地がある。
- ▶ プレイヤーが多い社会的ジレンマは、2人の囚人のジレンマより解決が難しい
 - ▶ 個々のプレイヤーは相手をコントロールし難い
- ▶ ジレンマをいかにして解決するか？
 - ▶ いかにすればパレート最適点に至れるか？

▶ 12

社会的ジレンマ(Social Dilemma)

- ▶ 社会科学の根本問題
 - ▶ 国家による解決：強制力、税金徴収
 - ▶ 市場による解決：しかし「市場の失敗」
 - ▶ 当事者間の交渉による解決
- ▶ 協力を確保するメカニズムの必要
 - ▶ 非協力への誘因の存在（個人的合理性）
 - ▶ 協力へのインセンティブの必要性
 - ▶ 協力への報酬
 - ▶ 非協力への罰則
- ▶ しかし2次的ジレンマ問題

▶ 13

- 今日はおしまい
- 次回は、交渉ゲーム（第9章）に入ります。
- 第9章に目を通しておいください。



▶ 14