



応用社会統計学

因子分析編

2012.11.06 高木英至

1

■今日のポイント

因子分析(Factor analysis)の要点

- ▶ 共通因子と独自因子
 - ▶ 一定の変数群を規定する共通因子を推定する
- ▶ 作業
 - ▶ 因子抽出
 - ▶ 共通性(communality)の推定
 - ▶ 抽出法：最尤法、主因子法、...
 - ▶ 因子数の決定
 - ▶ 因子軸の回転
 - ▶ 直交回転と斜交回転
 - ▶ バリマックス法、プロマックス法、...
 - ▶ 因子得点（因子スコア）の推定



▶ 2

例：S D法の測定結果をどうまとめるか？

- ▶ S D法(semantic differential technique)
 - ▶ 形容詞対を使用する。イメージ測定
 - ▶ 下の例では1 2次元でのイメージ測定
 - ▶ 要約的に結果を表現できないか？

[例]質問:あなたは埼玉大学に対してどのようなイメージを持っていますか？
1から7の中から該当する番号を選んで○をつけて下さい。

弱い	1--2--3--4--5--6--7	強い
動的な	1--2--3--4--5--6--7	静的な
悪い	1--2--3--4--5--6--7	良い
にぎやかな	1--2--3--4--5--6--7	さびしい
清潔な	1--2--3--4--5--6--7	汚い
遅い	1--2--3--4--5--6--7	早い
醜い	1--2--3--4--5--6--7	美しい
明るい	1--2--3--4--5--6--7	暗い
こせこせした	1--2--3--4--5--6--7	のんびりした
安定した	1--2--3--4--5--6--7	不安定な
活発な	1--2--3--4--5--6--7	沈滞した
だらしない	1--2--3--4--5--6--7	きちんとした

▶

3

因子分析の結果

- ▶ 因子負荷行列

		因子1	因子2
▶ 弱いー強い	IM01	-0.61434	0.06262
▶ 動的ー静的	IM02	0.71603	-0.04679
▶ 悪いー良い	IM03	-0.50290	0.31541
▶ にぎやかーさびしい	IM04	0.71646	-0.06971
▶ 清潔ー不潔	IM05	-0.00050	-0.63143
▶ 遅いー早い	IM06	-0.31730	0.16435
▶ 醜いー美しい	IM07	-0.16649	0.80669
▶ 明るいー暗い	IM08	0.65273	-0.21759
▶ こせこせーのんびり	IM09	-0.07164	0.23527
▶ 安定ー不安定	IM10	0.13889	-0.28948
▶ 活発ー沈滞	IM11	0.77065	-0.13626
▶ だらしないーきちんとした	IM12	-0.10112	0.69294

▶ 4

S D法のオズグッド説

- ▶ 対象（刺激語）にかかわらず次の3つの因子（次元）が抽出される(因子分析)
 - ▶ 1.評価 (evaluation) 因子
 - ▶ 「良い-悪い」、「美-醜」など
 - ▶ 2.力量 (potency) 因子
 - ▶ 「強い-弱い」、「重い-軽い」など
 - ▶ 3.活動性 (activity) 因子
 - ▶ 「動的-静的」、「早い-遅い」など

5

因子分析の作業

- ▶ 基礎概念
 - ▶ 共通因子と独自因子
 - ▶ 因子負荷（行列）
 - ▶ 因子スコア
- ▶ 因子分析 = 共通因子を取り出す
- ▶ 因子分析のステップ
 - ▶ 因子抽出
 - ▶ 軸の回転
 - ▶ 因子スコアの推定

6

因子分析の仕事：共通因子を見出すこと

元の変数

(標準化されている)

y_1
 y_2
 y_3
.
.
 y_p



共通因子

f_1
 f_2
.
 f_m

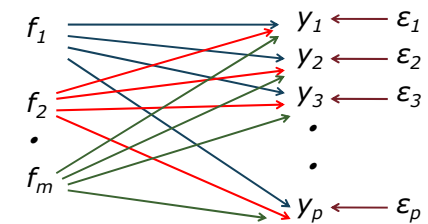
独自因子

ε_1
 ε_2
 ε_3
.
.
 ε_p

+

7

共通因子 元の変数 独自因子



$$y_1 = b_{11}f_1 + b_{12}f_2 + \cdots + b_{1m}f_m + \varepsilon_1$$

$$y_2 = b_{21}f_1 + b_{22}f_2 + \cdots + b_{2m}f_m + \varepsilon_2$$

.....

$$y_p = b_{p1}f_1 + b_{p2}f_2 + \cdots + b_{pm}f_m + \varepsilon_p$$

8

$$y_1 = b_{11}f_1 + b_{12}f_2 + \cdots + b_{1m}f_m + \varepsilon_1$$

$$y_2 = b_{21}f_1 + b_{22}f_2 + \cdots + b_{2m}f_m + \varepsilon_2$$

.....

$$y_p = b_{p1}f_1 + b_{p2}f_2 + \cdots + b_{pm}f_m + \varepsilon_p$$

b_{jg} : 因子負荷量

変数 y_j に対する共通因子 f_g の影響の大きさ

b_{jg} の行列: 因子負荷行列

▶ 9

因子分析の課題

- ▶ (1) 因子抽出
 - ▶ 共通性(communality)の推定
 - ▶ 抽出法: 最尤法、主因子法、...
 - ▶ 因子数の決定
- ▶ (2) 因子軸の回転
 - ▶ 解の不定性
 - ▶ 直交回転と斜交回転
 - ▶ バリマックス法、プロマックス法、...
- ▶ (3) 因子得点 (因子スコア) の推定

▶ 10

(1) 因子抽出

▶ 共通性(communality)の推定

$$y_j = b_{j1}f_1 + b_{j2}f_2 + \cdots + b_{jm}f_m + \varepsilon_j$$

$$= y_j' + \varepsilon_j$$

このとき、

$$y_j \text{の分散} = y_j' \text{の分散} + \varepsilon_j \text{の分散} \quad (10.10)p.328$$

$$1 = y_j' \text{の分散} / y_j \text{の分散} + \varepsilon_j \text{の分散} / y_j \text{の分散} = h_j^2 + d_j^2$$

$$h_j^2: \text{変数の共通性 (communality).}$$

- ▶ 変数 j の分散の何%が共通因子で説明できるかを示す
- ▶ 一定の方法で推定する
- ▶ 抽出法: 最尤法、主因子法、...

▶ 11

▶ 因子数の決定

- ▶ 変数の相関行列 (ただし対角要素に共有性を入れる) の固有値
- ▶ 固有値は対応する因子が説明する分散の大きさを示す
- ▶ 原則として、無視できない (大きな) 固有値の数が因子の数

▶ 12

(2) 因子軸の回転

▶ 解の不定性

$$y_1 = b_{11}f_1 + b_{12}f_2 + \dots + b_{1m}f_m + \varepsilon_1$$

$$y_2 = b_{21}f_1 + b_{22}f_2 + \dots + b_{2m}f_m + \varepsilon_2$$

.....

$$y_p = b_{p1}f_1 + b_{p2}f_2 + \dots + b_{pm}f_m + \varepsilon_p$$

- ▶ 上の式を充たす因子負荷行列(b_{gj})は無限にある。数学的にはどれでもよい。
- ▶ 因子を解釈しやすいように因子負荷行列を変換(回転)する
- ▶ 直交回転と斜交回転
 - ▶ バリマックス法、プロマックス法、...
 - ▶ 軸(因子)の交わる角度を θ とすると、因子間の相関係数 $=\cos\theta$

▶ 13

(3) 因子得点(因子スコア)の推定

$$y_1 = b_{11}f_1 + b_{12}f_2 + \dots + b_{1m}f_m + \varepsilon_1$$

$$y_2 = b_{21}f_1 + b_{22}f_2 + \dots + b_{2m}f_m + \varepsilon_2$$

.....

$$y_p = b_{p1}f_1 + b_{p2}f_2 + \dots + b_{pm}f_m + \varepsilon_p$$

- ▶ 因子得点： $f_1, f_2, \dots, f_m$ の個人得点
- ▶ 標準化された得点である
- ▶ 因子負荷行列ごとに決まる
- ▶ 一定の方法で推定する

▶ 14

因子分析：例示 社会的スキル尺度項目

- ▶ データ：q2004.sav (前回のクロス表の例示に使った)
- ▶ 分析対象 KISS 18 の 18 項目 (Q11)
- ▶ Q11 社会的スキル
 - ▶ Q11では、菊池(1988)が作成した「KiSS-18(Kikuchi's Social Skill Scale・18項目版)」を使用した。この尺度は、社会的スキルを身につけている程度を測定するものである。
 - ▶ Goldsteinら(1986)は、若者にとって必要なスキルを大きく6種類に分類した。初歩的なスキル、高度のスキル、感情処理のスキル、攻撃に代わるスキル、ストレスを処理するスキル、計画のスキルの6種類である。この分類にもとづいてGoldsteinらが作成したスキルのリストをもとに、菊池が項目を作成した。

▶ 15

KISS 18項目 (1)

1. 他人と話していて、あまり会話が途切れないほうですか	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
2. 他人にやってもらいたいことを、うまく指示することができますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
3. 他人を助けることを、上手にやれますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
4. 相手が怒っているときに、うまくなだめることができますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
5. 知らない人とも、すぐに会話が始められますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
6. まわりの人たちのあいだでトラブルが起きても、それを上手に処理できますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
7. こわさや恐ろしさを感じたときに、それをうまく処理できますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
8. 気まずいことがあった相手と、上手に和解できますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
9. 仕事をするとき、何をどうしたらよいか決められますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
10. 他人が話しているところに、気軽に参加できますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
11. 相手から非難されたときにも、それをうまく片付けることができますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1
12. 仕事の上で、どこに問題があるかすぐに見つけることができますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	どちらともいえない 3	いつもそうでない 2	1

▶ 16

KISS 18項目（2）

13. 自分の感情や気持ちを、素直に表現できますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	いつもそうでない 1
14. あちこちから矛盾した話が伝わってきても、うまく処理できますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	いつもそうでない 1
15. 初対面の人に、自己紹介が上手にできますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	いつもそうでない 1
16. 何か失敗したときに、すぐに謝ることができますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	いつもそうでない 1
17. まわりの人たちが自分とは違った考えをもっている、うまくやっていますか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	いつもそうでない 1
18. 仕事の目標を立てるのに、あまり困難を感じないほうですか。	いつもそう 5	どちらともいえない 4	いつもそうでない 1

▶ 17

SPSSで因子分析を行う （因子負荷行列を求めるまで）

- ▶ (1) メニューの「分析 (A)」－「データの分解 (D)」－「因子分析 (F)」を選ぶ。
- ▶ (2) 現れるウィンドウで、用いる変数群（今は KISS1～KISS18）を「変数 (V)」に入れる。
- ▶ (3) 「記述統計」をクリックし、現れるウィンドウで「統計量」の「1変数の記述統計量」と「初期の解」にチェックを入れて「続行」をクリックする。
- ▶ (4) 「因子抽出」をクリックし、現れるウィンドウにおける「方法」で「主因子法（ないし最尤法）」を選び、「続行」をクリックする。
- ▶ (5) 「回転」をクリックし、現れるウィンドウで「バリマックス」を選び、「続行」をクリックする。
- ▶ (6) OKをクリックする。結果が現れる。

▶ 18

今後の作業で必要になる（かも知れない） 操作

- ▶ 1. 因子数を指定して因子分析を行う場合
 - ▶ 「因子抽出」をクリックし、現れるウィンドウにおける「抽出の基準」で「因子数」を選び、ボックスに指定したい因子数を入れる。
- ▶ 2. 他の因子抽出法を選びたいとき
 - ▶ 上記(4) で主因子法以外を選ぶ。
- ▶ 3. 他の回転法を選びたいとき
 - ▶ 上記(5) でバリマックス以外を選ぶ。
- ▶ 4. 因子得点を求めて分析に使いたいとき
 - ▶ 上記(1)～(5)の後に、「得点 (S)」を選び、現れるウィンドウで「変数として保存」にチェックを入れ、「続行」をクリックする。変数の最後に因子得点に当たる変数が加わる。

▶ 19

主な出力結果 1/4

	共通性	
	初期	因子抽出後
KISS1	.414	.497
KISS2	.377	.456
KISS3	.385	.471
KISS4	.353	.414
KISS5	.410	.477
KISS6	.434	.451
KISS7	.337	.411
KISS8	.329	.457
KISS9	.427	.408
KISS10	.408	.471
KISS11	.337	.415
KISS12	.251	.321
KISS13	.382	.477
KISS14	.266	.238
KISS15	.464	.489
KISS16	.287	.320
KISS17	.235	.246
KISS18	.326	.295

因子抽出法: 主因子法

各変数に含まれる
共通因子の割合

▶ 20

主な出力結果 2/4

SPSSではデフォルトで、固有値1以上の因子数で計算する。この方法が妥当とは限らない。

因子	初期の固有値			抽出後の固有値平方和			回転後の固有値平方和		
	合計	分数の%	累積%	合計	分数の%	累積%	合計	分数の%	累積%
1	5.217	28.984	28.984	4.638	25.765	25.765	2.193	12.182	12.182
2	1.839	10.219	39.203	1.259	6.992	32.758	1.946	10.813	22.995
3	1.360	7.554	46.757	.774	4.297	37.055	1.794	9.969	32.964
4	1.247	6.759	53.516	.645	3.581	40.636	1.381	7.672	40.636
5	.964	5.358	58.873						
6	.870	4.833	63.706						
7	.796	4.421	68.127						
8	.732	4.064	72.191						
9	.702	3.902	76.093						
10	.623	3.459	79.552						
11	.614	3.411	82.963						
12	.563	3.130	86.093						
13	.500	2.779	88.872						
14	.478	2.657	91.529						
15	.449	2.496	94.025						
16	.390	2.168	96.193						
17	.349	1.941	98.134						
18	.338	1.866	100.000						

因子抽出法: 主因子法

▶ 21

主な出力結果 3/4

因子行列*	因子			
	1	2	3	4
KISS1	.572	-.262	-.291	-.127
KISS2	.563	.006	-.197	.316
KISS3	.540	-.210	.221	.294
KISS4	.450	-.146	.428	.083
KISS5	.520	-.382	.059	-.239
KISS6	.619	.072	.153	-.198
KISS7	.454	.397	-.124	-.179
KISS8	.454	.372	.036	-.335
KISS9	.595	.172	-.015	.158
KISS10	.547	-.297	-.213	-.195
KISS11	.485	.406	-.094	-.078
KISS12	.380	.256	-.151	.297
KISS13	.494	-.289	-.363	.132
KISS14	.355	.316	-.034	.107
KISS15	.618	-.318	.051	-.055
KISS16	.431	-.038	.365	-.003
KISS17	.453	.126	.139	.074
KISS18	.507	.166	.095	.029

因子抽出法: 主因子法

a. 4 個の因子が抽出されました。7 回の反復が必要です。

因子負荷行列
の初期値

▶ 22

主な出力結果 4/4

回転後の因子行列*	因子			
	1	2	3	4
KISS1	.658	.172	.089	.164
KISS2	.317	.136	.170	.555
KISS3	.251	-.034	.544	.334
KISS4	.125	.063	.624	.073
KISS5	.573	.103	.359	-.095
KISS6	.292	.451	.397	.063
KISS7	.119	.601	.019	.186
KISS8	.106	.655	.133	.000
KISS9	.193	.341	.276	.422
KISS10	.648	.166	.138	.064
KISS11	.089	.573	.072	.272
KISS12	.042	.231	.058	.513
KISS13	.589	-.011	.034	.358
KISS14	-.009	.349	.101	.325
KISS15	.540	.107	.416	.114
KISS16	.101	.175	.527	.044
KISS17	.094	.273	.329	.233
KISS18	.133	.353	.305	.244

因子抽出法: 主因子法

回転法: Kaiser の正規化を伴うバリマックス法

a. 6 回の反復で回転が収束しました。

回転後の因子負荷
行列。この行列から
因子の意味を理解
する。

▶ 23

今日は
おしまい



▶ 24