1

ゲーム行動論演習 II /
社会心理学演習 II

講義：投票と選挙

高木英至　2012.10.16

本日取り上げるのは…

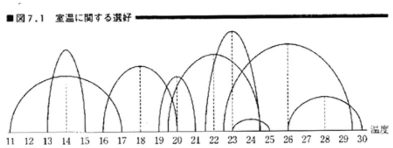
2

- 「投票と選挙」をゲーム理論で解く:　多数決という意思決定方法
  - 中山幹夫・武藤滋夫・舟木由喜彦（編）（2000）『ゲーム理論で解く』、有斐閣の第7章
- この個所で、社会的決定理論について触れている
- 問題：個人が自由に選好をもつとき、「社会の選好」をどのようにして決めるのか？
- 民主主義の可能性と、原理的な問題点を扱う

例：教室の温度

3

- 教室に9人の学生(投票者)
  - それぞれが別の温度を望む(図7.1)
- 仮定：自分の理想点と近い提案ほど、人の選好度は高い
  - よく用いられる仮定
- 多数決では「中位値」(22°C)が選ばれる

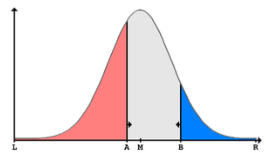


- 中位値ではなく平均値ではなぜダメか？
  - 偽りの選好の表示を許す

ダウンズの空間理論
(Space Theory of Downs)

4

- ダウンズ, A. (1980)『民主主義の経済理論』、成文堂.
  - Downs, A. (1957) An Economic Theory of Democracy. New York: Harper & Row.
- 前提
  - 有権者は自分の政策的選好と近い候補者を選ぶ
  - 政党は得票数が最大化するように政策上の位置を決める
- 中位投票者に好まれる立場が選ばれる
- 2大政党制下では、両陣営の政策は中位値に近づいていく
  - アイスキャンディー屋の立地問題



5

- 有権者が多峰形に分布するとき
  - 政党はそれぞれのイデオロギーを保持する政策を表明する

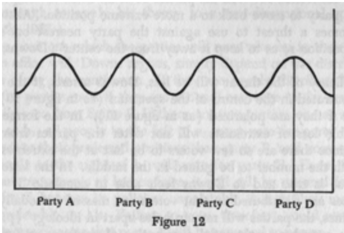


Figure 12

6

単純多数決の利点

- 安全性
  - 単純多数決は、意に反する帰結をもたらす確率を最小化する
  - レイ=テイラーの定理
- 公平性
  - 単純多数決は、すべての投票者、案件を平等に扱い、また、人びとの選好に敏感である唯一の意思決定方法である
  - メイの定理：4つの公理（次頁）を充たす集団意思決定関数 f は単純多数決のみである。

D：集団的意思決定（賛否）、D_i：個人iの賛否

$D=1 \quad if$　賛成

$D=0 \quad if$　どちらでもよい

$D=-1 \quad if$　反対

$D=f(D_1,D_2,\cdots,D_i,\cdots,D_n)$

7

- 公理1：決定性(decisiveness)
  - 人びとの選好のどんな組合せに対しても、集団意思決定関数が定義され、1つの値が決まる
- 公理2：匿名性(anonymity)
  - D_iが1から-1に転じ、D_jが-1から1に変わっても、Dは変わらない
- 公理3：中立性(neutrality)

$$f(-D_1,-D_2,\cdots,-D_i,\cdots,-D_n)=-f(D_1,D_2,\cdots,D_i,\cdots,D_n)$$

- 公理4：正の感応性(positive responsiveness)
  - D=0 or 1 で、D_i=-1からD_i=0 or 1に変わるか、D_i=0からD_i=1に変わり、他のすべての投票者が変わらなければ、D=1である

8

- 公理1(決定性、人びとの選好のどんな組合せに対しても、集団意思決定関数が定義され、1つの値が決まる)を充たさない場合：
  - 例：可否同数の時にコイン投げで決める
- 公理2(匿名性、D_iが1から-1に転じ、D_jが-1から1に変わっても、Dは変わらない)を充たさない場合：
  - 例：持ち株に応じて投票権を持つ
- 公理3（中立性)を充たさない場合：

$$f(-D_1,-D_2,\cdots,-D_i,\cdots,-D_n)=-f(D_1,D_2,\cdots,D_i,\cdots,D_n)$$

  - 例：2/3多数決条件
- 公理4(正の感応性、D=0 or 1 で、D_i=-1からD_i=0 or 1に変わるか、D_i=0からD_i=1に変わり、他のすべての投票者が変わらなければ、D=1である)を充たさない場合：
  - 例：全員一致性

投票のパラドックス

9

- ここまでは賛否を扱った
- しかし選択肢が3以上になると別の問題
- コンドルセ・パラドックス
- 例：選択肢がX、Y、Z
  - Aさん：X>Y＞Z
  - Bさん：Z＞X＞Y
  - Cさん：Y＞Z＞X
  - XとYの多数決ではＸ＞Y
  - YとZの多数決ではＹ＞Z
  - ZとXの多数決ではＺ＞X
  - Ｚ＞X>Y＞Zとなって循環する（勝者は採決の順番に依存）
    - 推移性を充たさず、選好順序にならない

10

- 推移律が破られる確率

■表 7.1　堂々巡りの起こる割合

選択肢の数 ＼ 投票者の数	3	5	7	9	11	極限
3	0.056	0.069	0.075	0.078	0.080	0.088
4	0.111	0.139	0.150	0.156	0.160	0.176
5	0.160	0.200	0.215			0.251
6	0.202					0.315
極限	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

出所：Riker, W. H. (1982), p.122. 森脇俊雅訳，p.144.

様々な投票ルール（社会的選好順序を作る方法）

11

- 総当たり法：総当たりで1対1の勝負をし、勝敗数で結果を決める
  - やはり投票のパラドックスの可能性
  - コンドルセ勝利者：全勝の選択肢
- 相対多数決：最多得票の選択肢を選ぶ
- ボルダ・ルール：投票者ごとに、1番に(n-1)、2番に(n-2)、…、最下位意に0点をつけ、その合計値の順番で決める
- 負け抜け戦：票数の1番少ない選択肢を落として、1つを決める
  - オリンピック方式
- 決選投票付き多数決：上位2人による決選投票

しかし、マルケビッチの例

12

- 選択肢がa～eの5つ
- ルールによって結果が異なる
  - 相対多数決 → a
  - 決選投票付き多数決 → b
  - 負け抜け戦 → c
  - ボルダ・ルール → d
  - 総当たり法 → e

■表 7.2　マルケビッチの例

タイプ	I	II	III	IV	V	VI
人数	18	12	10	9	4	2
選好順序	a	b	c	d	e	e
	d	e	b	c	b	c
	e	d	e	e	d	d
	c	c	d	b	c	b
	b	a	a	a	a	a

出所：Malkevitch, J. (1990), 89-97.

アローの一般可能性定理

$R_1, R_2, \cdots, R_n$: **人びとの選好**

R : **社会的選好**

f : **社会的厚生関数**

$R = f(R_1, R_2, \cdots, R_n)$

- アローの一般可能性定理
  - 社会の構成員が2人以上
  - 選択肢が3つ以上
  - 公理0～公理4を満たす f は存在しない

- 公理0(社会的推移性):R には推移性が成り立つ
- 公理1(広範性):人びとの選好順序はどのようなものでも構わない
- 公理2(パレート原理):全員が認める選好順序を R は認める
- 公理3(無関係対象からの独立性):2つの選択肢間の選好関係は、他の選択肢の存在に影響されない
- 公理4(非独裁性):1人の選好順序が常に R に採用されることはない

コンドルセ・パラドックスが生じるときの、順次的な選択

- 選択肢がX、Y_1、Y_2
  - Aさん:X> Y_1 > Y_2
  - Bさん: Y_2 > X > Y_1
  - Cさん: Y_1 > Y_2 > X
  - コンドルセ・パラドックスがおきる
  - 2段階選抜(多数決で、Y_1 と Y_2 のどちらにするかを決めてから、その勝者とX で決める)と仮定
- その場合:
  - Y_1 と Y_2 で Y_1 が選ばれる
  - X とY_1 で X が選ばれる　→　結果は X
- ゲームとして考えるとどうか?

第2段階から考える

第1段階でY_1 が選ばれる

	Cさん	Bさん	
	Y_1	Y_1	X
Aさん	Y_1	Y_1	Y_1
	X	Y_1	X

	Cさん	Bさん	
	X	Y_1	X
Aさん	Y_1	Y_1	X
	X	X	X

AさんとBさん:常にXを選ぶ
Cさん:常にY_1 を選ぶ
⇒　結果はX

第1段階でY_2 を選ばれる

	Cさん	Bさん	
	Y_2	Y_2	X
Aさん	Y_2	Y_2	Y_2
	X	Y_2	X

	Cさん	Bさん	
	X	Y_2	X
Aさん	Y_2	Y_2	X
	X	X	X

Aさん:常にXを選ぶ
BさんとCさん:常にY_2 を選ぶ
⇒　結果はY_2

第２段階を先読みすると、第１段階(Y_1とY_2)では

17

CさんがY_1

		Bさん	
		Y_1	Y_2
Aさん	Y_1	$Y_1 \Rightarrow X$	$Y_1 \Rightarrow X$
	Y_2	$Y_1 \Rightarrow X$	Y_2

CさんがY_2

		Bさん	
		Y_1	Y_2
Aさん	Y_1	$Y_1 \Rightarrow X$	Y_2
	Y_2	Y_2	Y_2

Aさん：常にY_1 を選ぶ
Bさん： 常にY_2 選ぶ
Cさん：先読みによって、Y_2 を選ぶ
⇒　結果はY_2
（Xではなくなる）

18

今日はおしまい